平成21年度　東京薬科大学　生命科学部　一般Ｃ方式入学試験

数　学　問　題

（試験時間　11：40〜13：00）

受験についての注意

1．試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはならない．
2．この問題冊子は 8 ページある．
3．試験中に問題冊子のページの脱落等に気付いた場合は，手をあげて監督者に知らせること．
4．解答用紙の**左上側**に印刷されている**受験番号が自分の受験番号と同じであることを確認すること．**
5．解答用紙を折り曲げたり，破ったり，汚したりしないこと．
6．解答用紙への記入には必ず **HB の黒鉛筆**を用いること．シャープペンシルなど他の筆記用具を用いると，正確に読み取れない場合がある．
7．マーク式の解答に当っては，解答用紙の該当する箇所を右に示す例に従ってぬりつぶすこと．
例えばａにマークするときは，次のように
a b c
●○○ とする．

例

良	不良
●	◐⊠◉

8．一度記入したマークを消す場合には，消しゴムできれいに消すこと．
×をつけても消したことにはならない．また消しゴムのくずを完全に取り除いておくこと．
9．解答は解答用紙の指定された場所に記入すること．二重枠で囲まれている場所やその他の部分には何も書いてはならない．**裏面にも何も書いてはならない．**
10. 選択問題 $\boxed{4}$ と $\boxed{5}$ はどちらか一方を選択してマークし，選択した方の問題を解答すること．
11. 計算には問題冊子の余白あるいは別に配布する計算用紙（白紙）を使用すること．
12. 計算器を使用してはならない．
13. 携帯電話の電源は切っておくこと．また身につけたり机上に置いたりしてはならない．
14. この問題冊子は試験終了後持ち帰ること．

1

問 1

次の等式が x についての恒等式となるように，空欄（**ア**）～（**ウ**）に入る数値を以下の各選択肢から選び，番号をマークしなさい．

$$(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+12=(x^2+(\textbf{ア})x+(\textbf{イ}))(x^2+(\textbf{ア})x+1(\textbf{ウ}))$$

ア，イ，ウ：　① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5
⑥ 6　⑦ 7　⑧ 8　⑨ 9

問 2

x を未知数とする方程式

$$(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+12=0$$

の最大の解 α と最小の解 β との差（$\alpha-\beta$）は（**エ**）である．空欄（**エ**）に入る数値を以下の選択肢から選び，番号をマークしなさい．

エ：　① $\sqrt{2}$　② $2\sqrt{2}$　③ $\sqrt{3}$　④ $2\sqrt{3}$　⑤ $\sqrt{5}$
⑥ $2\sqrt{5}$　⑦ $\sqrt{7}$　⑧ $2\sqrt{7}$　⑨ 3

問 3

x を未知数とする方程式

$$x^4-5x^3+8x^2-5x+1=0$$

の最大の解 γ と最小の解 δ との差（$\gamma-\delta$）は（**オ**）である．空欄（**オ**）に入る数値を以下の選択肢から選び，番号をマークしなさい．

オ：　① $\sqrt{2}$　② $2\sqrt{2}$　③ $\sqrt{3}$　④ $2\sqrt{3}$　⑤ $\sqrt{5}$
⑥ $2\sqrt{5}$　⑦ $\sqrt{7}$　⑧ $2\sqrt{7}$　⑨ 3

$\boxed{2}$

$\triangle$ABC とその外心 O について，$x \cdot \overrightarrow{\mathrm{OA}} + 15 \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB}} + 17 \cdot \overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{0}$ $(x > 0)$ の関係式が成り立っているとする．さらに，$\triangle$ABC と $\triangle$OBC の面積比は 5:1 であるとする．各問の空欄（**カ**）～（**ソ**）に入る数字をマークしなさい．

問 1
点 A と点 O を通る直線が辺 BC と交わる点を M とすると，
BM：MC ＝ 1（**カ**）：（**キ**）（**ク**）である．

問 2
上記の条件を満たす x は整数の値（**ケ**）をとる．

問 3
点 C と点 O を通る直線が辺 AB と交わる点を N とすると，
AN：NB ＝（**コ**）（**サ**）：（**シ**）である．

問 4
$\angle \mathrm{BCA} = \dfrac{\pi}{(\textbf{ス})}$ である．

問 5
辺 AB の長さが 12 であるとき，$\triangle$ABC の外接円の半径は（**セ**）$\sqrt{(\textbf{ソ})}$ である．

$\boxed{3}$

変数 x, y, z は次の関係式（A）を満たす．ただし，変数 x, y, z は実数である．

$$\begin{cases} 25\cdot 2^x - 2\cdot 3^{y+1} + 5^z = 11 \\ 13\cdot 2^x - 2\cdot 3^y + 5^{z+1} = 41 \end{cases} \quad \cdots \text{(A)}$$

空欄（**タ**）～（**ト**）に入る数値を以下の各選択肢から選び，番号をマークしなさい．

問 1

変数 x のとりうる範囲は（**タ**）$< x <$（**チ**）である．

タ，チ： ① -3　② -2　③ -1　④ 0　⑤ 1
⑥ 2　⑦ 3　⑧ 4　⑨ 5

問 2

$P = 4^x - 3^y - 2\cdot 5^z$ とする． x, y, z が関係式（A）に従って変化するとき，P の取りうる範囲は（**ツ**）$\leqq P <$（**テ**）である．ただし $P =$（**ツ**）となるのは $x =$（**ト**）のときである．

ツ： ① $-\frac{33}{2}$　② -15　③ $-\frac{27}{2}$　④ -12　⑤ $-\frac{21}{2}$
⑥ -9　⑦ $-\frac{15}{2}$　⑧ -6　⑨ $-\frac{9}{2}$

テ： ① $\frac{41}{2}$　② 22　③ $\frac{47}{2}$　④ 25　⑤ $\frac{53}{2}$
⑥ 28　⑦ $\frac{59}{2}$　⑧ 31　⑨ $\frac{65}{2}$

ト： ① -3　② -2　③ -1　④ 0　⑤ 1
⑥ 2　⑦ 3　⑧ 4　⑨ 5

選択問題（$\boxed{4}$ か $\boxed{5}$ の，いずれか1問を選んで解答しなさい．解答シートに選んだ問題の番号をマークしなさい．）

$\boxed{4}$

$0 < a < 1,\ 0 < b < 1,\ 0 < c < 1$ とする．任意の整数 n に対して $an^3 + bn^2 + cn$ が整数となるような有理数 a，b，c の組が存在する．それらのなかで $a < c$ となる組として以下の2組がある．空欄 **(ナ)**〜**(マ)** に入る数字をマークしなさい．ただし，分数は全て既約分数とする．

$$a = \frac{1}{\text{(ナ)}},\ b = \frac{\text{(ニ)}}{\text{(ヌ)}},\ c = \frac{\text{(ネ)}}{\text{(ノ)}},$$

および

$$a = \frac{\text{(ハ)}}{\text{(ヒ)}},\ b = \frac{\text{(フ)}}{\text{(ヘ)}},\ c = \frac{\text{(ホ)}}{\text{(マ)}}.$$

選択問題（$\boxed{4}$ か $\boxed{5}$ の，いずれか1問を選んで解答しなさい．解答シートに選んだ問題の番号をマークしなさい．）

$\boxed{5}$

$5x^2 + y^2 = 1$ で与えられる楕円を C とする．以下の空欄（ミ）〜（ラ）に入る数字をマークしなさい．

問1

楕円 C を原点のまわりに $30°$ 回転してできる像 C' の方程式は，

$$(\text{ミ})x^2 + 2\sqrt{(\text{ム})}\,xy + (\text{メ})y^2 = 1 \text{ である．}$$

問2

問1で得られた楕円 C' の方程式について，変数 y のとりうる最大値は

$$\frac{(\text{モ})}{\sqrt{(\text{ヤ})}} \text{ である．}$$

問3

楕円 C と直線 $\ell : y = \sqrt{3}\,x$ とで囲まれる領域のうち，点$(0,\ \frac{1}{2})$ を含む側を S とする．直線 ℓ の周りに S を1回転してできる立体の体積 V は

$$V = \frac{1}{(\text{ユ})}\pi\int_{-\frac{1}{\sqrt{2}}}^{\frac{1}{\sqrt{2}}}(2 - y^2)dy + \frac{\sqrt{(\text{ヨ})}}{(\text{ラ})}\pi\int_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^{\frac{(\text{モ})}{\sqrt{(\text{ヤ})}}} y\sqrt{(4 - 5y^2)}dy$$

を計算することによって得られる．