

数 学 問 題

(試験時間 12 : 30 ~ 13 : 30)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはならない。
 2. この問題冊子は 7 ページある。
 3. 試験中に問題冊子のページの脱落等に気付いた場合は、手をあげて監督者に知らせること。
 4. 解答用紙に受験番号を記入し、マーク欄にマークすること。また、氏名とふりがなを記入すること。
 5. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、汚したりしないこと。
 6. 解答用紙への記入には必ず HB の黒鉛筆を用いること。シャープペンシルなど他の筆記用具を用いると、正確に読み取れない場合がある。
 7. 解答にあたっては、解答用紙の該当する箇所を
右に示す例に従ってぬりつぶすこと。
例えば 2 にマークするときは、次のように
①●③とする。
- | 良 | 不良 |
|---|-------|
| ● | ● ⊗ ● |
8. 一度記入したマークを消す場合には、消しゴムできれいに消すこと。
×をつけても消したことにはならない。また消しゴムのくずを完全に取り除いておくこと。
 9. 計算には問題冊子の余白あるいは別に配布する計算用紙(白紙)を使用すること。
 10. 解答用紙の指定された場所以外には何も書いてはならない。
 11. 選択問題 **4** と **5** はどちらか一方を選択してマーク欄にマークし、選択した方の問題を解答すること(マーク欄にマークがない場合は採点されない)。
 12. 辞書機能、計算機能をもつものを使用してはならない。
 13. 携帯電話の電源は切っておくこと。身につけたり机の上に置いたりしてはならない。
 14. この問題冊子は試験終了後持ち帰ること。

1 以下の空欄 ア～オ および キ～ク および コ～サ に入る数字をそれぞれ解答欄にマークし、空欄 カ, ケ, シ に入る選択肢の番号を解答欄にマークしなさい。ただし分数は既約分数（それ以上約分できない分数）で、 i は虚数単位とする。

問1 3次方程式 $x^3+4x-16=0$ の解は、 $x=\text{ア}$, $-\text{イ}\pm\sqrt{\text{ウ}}i$ である。

問2 $\sin\theta+\cos\theta=1$ のとき、 $\sin\theta\cos\theta=\text{エ}$, $\sin^3\theta+\cos^3\theta=\text{オ}$ である。

問3 $y=\log_3\left(\frac{x}{\sqrt{3}}-\sqrt{5}\right)$ のグラフは、 $y=\log_3x$ のグラフを x 軸方向に $\text{カ}\sqrt{\text{キク}}$,
 y 軸方向に $\text{ケ}\frac{\text{ク}}{\text{サ}}$ だけ平行移動すると得られる。

カ , ケ の選択肢：① + ② -

問4 自然数 m から始まる連続する n 個の自然数の和は シ で表される。

シ の選択肢： ① $\frac{1}{2}(m+n)(n-m)$ ② $\frac{1}{2}(m+n)(n-m+1)$
 ③ $\frac{1}{2}(m+n)(n-m-1)$ ④ $\frac{1}{2}n(2m+n)$
 ⑤ $\frac{1}{2}n(2m+n+1)$ ⑥ $\frac{1}{2}n(2m+n-1)$

2 $\triangle ABC$ の外心 O から直線 BC , CA , AB に下ろした垂線をそれぞれ OP , OQ , OR とし, $\vec{OP} + 2\vec{OQ} + 3\vec{OR} = \vec{0}$ が成り立つとする. 以下の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ ~ $\boxed{\text{ト}}$ に入る数字をそれぞれ解答欄にマークしなさい. ただし分数は既約分数とする.

問1 $\vec{OP} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \vec{OB} + \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \vec{OC}$ と表せる.

問2 $\boxed{\text{オ}} \vec{OA} + \boxed{\text{カ}} \vec{OB} + 3\vec{OC} = \vec{0}$ が成り立つので,

$$|\vec{OB}|^2 = \frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケコ}}} |\vec{OA}|^2 + \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シス}}} |\vec{OC}|^2 + \frac{\boxed{\text{セン}}}{\boxed{\text{タ}}} \vec{OA} \cdot \vec{OC} \text{ と表せる.}$$

問3 $|\vec{OB}| = 1$ のとき, $\vec{OA} \cdot \vec{OC} = -\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ より $|\vec{AC}| = \frac{\boxed{\text{テ}}}{\sqrt{\boxed{\text{ト}}}}$ である.

- 3 $0 \leq x \leq 2$ のとき、点 $A(-2, 0)$ と点 $P(x, \sqrt{8-x^3})$ の距離の2乗を $f(x)$ とする。
以下の空欄 \square ア ~ \square シ に入る数字をそれぞれ解答欄にマークし、空欄 \square ス と \square セ に入る選択肢の番号を解答欄にマークしなさい。

問1 $f(x) = -\square$ ア $x^3 + \square$ イ $x^2 + \square$ ウ $x + \square$ エオ である。

問2 $f'(x) = -\square$ カ $x^2 + \square$ キ $x + \square$ ク である。

問3 $f'(x) = 0$ のとき、 $x = \frac{\square$ ケ $+\sqrt{\square$ コサ
 \square シ である。

問4 $f(x)$ は、 $x = \square$ ス のとき最大、 $x = \square$ セ のとき最小となる。

\square ス, \square セ の選択肢: ① 0 ① $\frac{\square$ ケ $+\sqrt{\square$ コサ
 \square シ

② 2 ③ $\frac{\square$ ケ $-\sqrt{\square$ コサ
 \square シ

選択問題（ $\boxed{4}$ か $\boxed{5}$ の、いずれか1問を選んで解答しなさい。解答用紙に選んだ問題の番号をマークしなさい。）

$\boxed{4}$ さいころの出た目の数だけ数直線上を正の向きに移動するゲームを考える。ただし、7をゴールとしてちょうど7の位置へ移動したときにゲームを終了し、7を超えた分については、その分だけ戻ってゲームを続ける。例えば6の位置でさいころを投げて3の目が出た場合、7から2戻って5の位置へ移動してゲームを続ける。最初に原点0から始めて、さいころを n 回投げ終えたときにちょうどゲームを終了する確率を p_n とする。以下の空欄 $\boxed{ア}$ ~ $\boxed{ソ}$ に入る数字をそれぞれ解答欄にマークしなさい。ただし分数は既約分数で、 $\boxed{カ} \leq \boxed{キ}$ とする。

問1 $p_1 = \boxed{ア}$, $p_2 = \frac{\boxed{イ}}{\boxed{ウ}}$ である。

問2 さいころを2回投げ終えたときにゲームがまだ終了していない確率は $\frac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}$ で、

数直線上の $\boxed{カ}$ ~ $\boxed{キ}$ の位置のいずれかにいる。したがって、 $p_3 = \frac{\boxed{ク}}{\boxed{ケコ}}$ である。

問3 $p_4 = \frac{\boxed{サシ}}{\boxed{スセソ}}$ である。

5 以下の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ と $\boxed{\text{イ}}$ に入る選択肢の番号を解答欄にマークし、空欄 $\boxed{\text{ウ}} \sim \boxed{\text{セ}}$ に入る数字をそれぞれ解答欄にマークしなさい。ただし分数は既約分数とする。

問1 関数 $f(x)$ が $x=a$ で連続であることは、 $f'(a)$ が存在することの $\boxed{\text{ア}}$ 。

- $\boxed{\text{ア}}$ の選択肢：① 必要十分条件である
 ② 必要条件であるが、十分条件ではない
 ③ 十分条件であるが、必要条件ではない
 ④ 必要条件でも十分条件でもない

問2 $x > 0$ のとき $f(x) = (\sqrt[3]{x^2})^{-1}$ とする。関数 $y = f(x)$ の値域は $\boxed{\text{イ}}$ で、

$$f'(x) = -\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}} \sqrt{x^{\boxed{\text{カ}}}}} \text{ である。}$$

- $\boxed{\text{イ}}$ の選択肢：① $y > 0$ ② $y \geq 0$ ③ $y < 0$ ④ $y \leq 0$
 ⑤ $y \neq 0$ ⑥ 実数全体

問3 双曲線 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ の焦点は $(\pm\sqrt{\boxed{\text{キク}}}, 0)$ 、漸近線は $y = \pm\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}x$ で、

$$y \neq 0 \text{ のとき } \frac{dy}{dx} = \frac{\boxed{\text{サ}}x}{\boxed{\text{シ}}y} \text{ である。}$$

問4 曲線 $y = \sqrt{8-x^3}$ (ただし $0 \leq x \leq 2$) と x 軸および y 軸で囲まれた図形を、 x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積は $\boxed{\text{スセ}} \pi$ である。