平成31年度　東京薬科大学　生命科学部　一般C方式入学試験

# 数　学　問　題

（試験時間 10：00 ～ 11：00）

## 受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはならない.
2. この問題冊子は7ページある.
3. 試験中に問題冊子のページの脱落等に気付いた場合は，手をあげて監督者に知らせること.
4. **解答用紙に受験番号を記入し，マーク欄にマークすること．また，氏名とふりがなを記入すること.**
5. 解答用紙を折り曲げたり，破ったり，汚したりしないこと.
6. 解答用紙への記入には必ず **HB の黒鉛筆**を用いること．シャープペンシルなど他の筆記用具を用いると，正確に読み取れない場合がある.
7. マーク式の解答にあたっては，解答用紙の該当する箇所を右に示す例に従ってぬりつぶすこと.
例えば2にマークするときは，次のように①●③とする.

**例**

| 良 | 不良 |
|---|---|
| ● | ◕ ⊠ ◉ |

8. 一度記入したマークを消す場合には，消しゴムできれいに消すこと.
×をつけても消したことにはならない．また消しゴムのくずを完全に取り除いておくこと.
9. 解答がマーク式でないものについては，指定の箇所に解答を記入すること .
10. 解答用紙の指定された場所以外には何も書いてはならない.
11. **選択問題④と⑤はどちらか一方を選択してマーク欄にマークし，選択した方の問題を解答すること（マーク欄にマークがない場合は採点されない）.**
12. 計算には問題冊子の余白あるいは別に配布する計算用紙（白紙）を使用すること.
13. 辞書機能，計算機能をもつものを使用してはならない.
14. 携帯電話の電源は切っておくこと．身につけたり机上に置いたりしてはならない.
15. この問題冊子は試験終了後持ち帰ること.

$\boxed{1}$ 以下の空欄 $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{セ}$ に入る数字をそれぞれ解答欄にマークしなさい．ただし $i$ は虚数単位とする．

問 1　放物線 $y=x^2-2ax+2a^2-1$ の頂点の座標は，$\left(a,\ a^{\boxed{ア}}-\boxed{イ}\right)$ である．

問 2　$\log_2 n$ が整数となる 10 未満の自然数 $n$ は，全部で $\boxed{ウ}$ 個ある．

問 3　$\omega=\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ のとき，$\left(1+\sqrt{3}\right)\omega=\dfrac{-\boxed{エ}-\sqrt{\boxed{オ}}+\left(\boxed{カ}+\sqrt{\boxed{キ}}\right)i}{2}$，

$\left(1+\sqrt{3}\right)\omega+\left(1-\sqrt{3}\right)\omega^2=-\boxed{ク}+\boxed{ケ}i$ である．

問 4　$(a+b)^{10}$ の展開式における項 $a^4b^{\boxed{コ}}$ は，10 個の因数 $(a+b)$ のうち $\boxed{サ}$ 個から $a$ を，残りの因数から $b$ を取り出して掛け合わせることにより得られる．このような取り出し方は全部で $\boxed{シスセ}$ 通りある．

$\boxed{2}$ 座標平面上に原点Oと，点 $A(0,\sqrt{2})$，$B(1,0)$ をとる．また線分OA上の点Mについて，AM = BM が成り立つとする．以下の空欄 $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{シ}$ に入る数字をそれぞれ解答欄にマークしなさい． ただし分数は既約分数（それ以上約分できない分数）とする．

問1　$AB=\sqrt{\boxed{ア}}$ である．

問2　$AM=\dfrac{\boxed{イ}\sqrt{\boxed{ウ}}}{\boxed{エ}}$ で，点Mの座標は $M\left(0,\dfrac{\sqrt{\boxed{オ}}}{\boxed{カ}}\right)$ である．

問3　$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=-\dfrac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}$，$|\overrightarrow{MA}|\,|\overrightarrow{MB}|=\dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}$ である．

問4　$\angle AMB=\theta$ とすると，$\cos\theta=-\dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}$ である．

$\boxed{3}$ 2次方程式 $x^2-3x+1=0$ の2個の実数解を $\alpha, \beta$ とし，$s_n=\alpha^n+\beta^n$（ただし $n=1,2,3,\cdots$）により，数列 $\{s_n\}$ を定める．以下の空欄 $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{コ}$ に入る数字をそれぞれ解答欄にマークしなさい．また問3については，解答用紙裏面の解答欄Aに記入しなさい．

問1　$s_1=\boxed{ア}$，$s_2=\boxed{イ}$，$s_3=\boxed{ウエ}$ である．

問2　$\alpha^{n+2}=\boxed{オ}\alpha^{n+1}-\boxed{カ}\alpha^n$，$s_{n+2}=\boxed{キ}s_{n+1}-\boxed{ク}s_n$ である．

問3　$s_n$ が整数であることを数学的帰納法により証明しなさい．

問4　$s_n$ の一の位の数を $t_n$ とおくと，$t_8=\boxed{ケ}$，$t_{2019}=\boxed{コ}$ である．

**選択問題**（$\boxed{4}$ か $\boxed{5}$ の，いずれか1問を選んで解答しなさい．解答用紙に選んだ問題の番号をマークしなさい．）

$\boxed{4}$ 2つの放物線 $C_1 : y=-(x+1)^2$ と $C_2 : y=(x-1)^2+1$ の両方に接する直線を $l_1, l_2$ とする（ただし $l_1$ の傾きは正で，$l_2$ の傾きは負）．また $l_1$ と $l_2$ の交点を P とする．以下の空欄 $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{セ}$ に入る数字をそれぞれ解答欄にマークしなさい．ただし分数は既約分数とする．

問1　$l_1$ と $C_1$ の接点の $x$ 座標を $t$ とすると，$t=-\dfrac{\sqrt{\boxed{ア}}}{\boxed{イ}}$ である．

問2　$l_1$ の方程式は $y=\left(\sqrt{\boxed{ウ}}-\boxed{エ}\right)x+\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}$，

$l_2$ の方程式は $y=-\left(\boxed{キ}+\sqrt{\boxed{ク}}\right)x+\dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}$ である．

問3　点 P の座標は $\mathrm{P}\left(0, \dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}\right)$ である．

問4　$C_1$，$l_1$，$l_2$ で囲まれる部分の面積を $S$ とすると，$S=\dfrac{\sqrt{\boxed{ス}}}{\boxed{セ}}$ である．

$\boxed{5}$ 以下の空欄 $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{セ}$ に入る数字をそれぞれ解答欄にマークしなさい．ただし分数は既約分数で，$i$ は虚数単位とする．

問1　$z=1+i$，$w=1+\sqrt{3}i$ のとき，複素数平面上の3点 O(0)，A($z$)，B($wz$) に関して $\angle\mathrm{AOB}=\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}\pi$ である．

問2　$f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$ のとき，$f'(x)=\dfrac{-\boxed{ウ}x^{\boxed{エ}}+\boxed{オ}}{(x^2+1)^2}$，$\displaystyle\int_0^2 f(x)dx=\frac{\log\boxed{カ}}{\boxed{キ}}$ である．

問3　サイクロイド $\begin{cases} x=3(\theta-\sin\theta) \\ y=3(1-\cos\theta) \end{cases}$ の $0\leqq\theta\leqq 2\pi$ の部分の長さを $L$ とすると，

$$L=\boxed{ク}\sqrt{\boxed{ケ}}\int_0^{2\pi}\sqrt{\boxed{コ}-\cos\theta}\,d\theta=\boxed{サ}\int_0^{2\pi}\sin\frac{\theta}{\boxed{シ}}d\theta=\boxed{スセ}$$ である．