

数 学 問 題

(この問題は5題からなっている)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはならない。
2. 解答用紙への記入には、必ず**HB**の黒鉛筆を使用しなさい。
3. 解答用紙を折り曲げたり、破いたり、汚したりしてはならない。採点が不可能になる。
4. 合図があったら、解答用紙の左上部の空欄に**受験番号**を記入しなさい。
5. 試験中にページの脱落等に気づいた場合は、手をあげて監督者に知らせなさい。解答用紙の汚れ等に気づいた場合も、同様に知らせなさい。
6. 解答は解答用紙の指定された場所に記入し、その他の部分には何も書いてはならない。裏面にも何も書いてはならない。
7. 解答にあたっては、マークすることを要求された欄を
マーク例に従ってぬりつぶしなさい。
8. 一度記入したマークを消す場合には、消しゴムできれいに消さねばならない。×をつけても消したことはない。
9. 計算や下書きは、問題冊子の余白を利用しなさい。
10. 計算機を使用してはならない。また、**携帯電話やスマートフォンなどの通信機器は、必ず電源を切って鞆の中にしまいなさい。**
11. 不正行為に対しては厳正に対処する。不正行為を行った場合、その時点で数学の受験を停止とする。さらに、化学および英語の受験を無効とする。
12. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰りなさい。

マーク例

良	不良
●	● × ●

解答上の注意

解答上の注意は裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、指示があるまで問題冊子を開いてはならない。

問題 1

- (1) xy 平面上において, 連立不等式

$$x \geq 0, y \geq 0, 2x + y \leq 4, 2x + 3y \leq 6$$

を満たす領域を点 $P(x, y)$ が動くとき, $x + y$ の最大値は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

- (2) 方程式

$$\log_2 x = \log_{x^2} 256$$

を満たす x のうち, 最小のものは $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

- (3) $\cos 2\theta > \frac{1}{4}$ のとき, $|\tan \theta| < \sqrt{\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}}$ である。

- (4) $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ のとき,

$$\log_2 \sin(2|x| - x) = 0$$

を満たす x のうち, 最小のものは $\frac{\boxed{*キ}}{\boxed{\text{ク}}}\pi$ である。

問題 2

- (1) 1 を n 個並べた整数を第 n 項とする数列 $\{a_n\}$ がある。たとえば, $a_1 = 1$,
 $a_2 = 11, a_3 = 111, \dots$ である。このとき, $a_n = \frac{\boxed{\text{ケコ}}^n - \boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ であり,
 $\sum_{k=1}^n a_k = \frac{\boxed{\text{スセ}}^{n+1} - \boxed{\text{ソタ}} - \boxed{\text{チ}}^n}{\boxed{\text{ツテ}}}$ である。

- (2) 不等式 $2x^2 + 7x + k \leq 0$ を満たす整数 x の値がちょうど 2 個しかないような整数
 k の値は $\boxed{\text{ト}}$ と $\boxed{\text{ナ}}$ である。ただし, $\boxed{\text{ト}} < \boxed{\text{ナ}}$ とする。

問題 3

原点を O とする座標空間に 3 点 $A(1, 0, 1), B(1, 3, 2), C(0, 0, 4)$ がある。以下の間に答えよ。

- (1) \vec{AB} と \vec{AC} の両方に垂直なベクトルは, $\vec{n} = (9, \boxed{*二}, \boxed{*ヌ})$ の 0 を除いた実数倍である。

- (2) 3 点 A, B, C を含む平面上にある点 $D(3, 9, -2)$ に対し, \vec{AD} を \vec{AB} と \vec{AC} を用いて表すと, $\vec{AD} = \boxed{*ネ}\vec{AB} + \boxed{*ノ}\vec{AC}$ となる。

- (3) \vec{AB} と \vec{AC} のなす角度を θ とするとき,

$$\cos \theta = \frac{\boxed{*ハ}}{\boxed{ヒフ}}$$

である。

- (4) 三角形 ABC の面積 S は

$$S = \sqrt{\frac{\boxed{ヘホ}}{\boxed{マ}}}$$

である。

問題 4

正の実数 t に対し、放物線 $C: y = x^2$ 上に点 $P(t, t^2)$ をとり、 P における C の法線 l を考える。ただし、 P における法線とは、 P における C の接線に垂直で、 P を通る直線のことである。以下の問に答えよ。

- (1) l の方程式は

$$y = \frac{\boxed{* \text{ミ}}}{\boxed{\text{ム}} t} x + t^2 + \frac{\boxed{\times}}{\boxed{\text{モ}}}$$

である。

- (2) l が再び C と交わる点 Q の x 座標は、 $\boxed{* \text{ヤ}} t - \frac{\boxed{\text{ユ}}}{\boxed{\text{ヨ}} t}$ である。

- (3) l と C とで囲まれる部分の面積を $S(t)$ で表すと、

$$S(t) = \frac{1}{\boxed{\text{ラ}}} \left(\boxed{\text{リ}} t + \frac{\boxed{\text{ル}}}{\boxed{\text{レ}} t} \right)^3$$

であり、 t が正の実数全体を動くとき、 $S(t)$ のとり得る最小値は $\frac{\boxed{\text{ロ}}}{\boxed{\text{ワ}}}$ である。

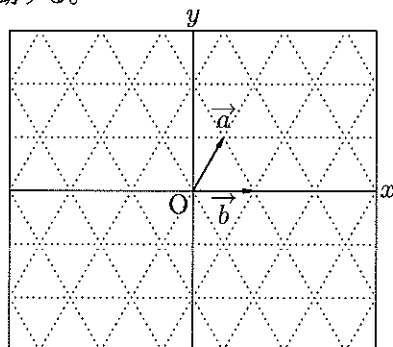
- (4) 互いに異なる正の実数 a, b に対し、 $S(a) = S(b)$ となるための条件は

$$ab = \frac{\boxed{\text{ヲ}}}{\boxed{\text{ン}}} \text{ かつ } a \neq b$$

となることである。

問題 5

O を原点とする xy 平面上で $\vec{a} = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $\vec{b} = (1, 0)$ とおく。点 A は時刻 0 秒のときに原点 O にあり、1 秒ごとに $\pm\vec{a}$, $\pm\vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$, $-\vec{a} + \vec{b}$ の各ベクトルのうち、1 つを等確率 $\frac{1}{6}$ で選び、そのベクトルの分だけ移動する。



(1) 時刻が 2 秒経過したとき、A がいる可能性がある場所は全部で あい 箇所ある。

(2) (1) のとき、A が $-\vec{a} + \vec{b}$ を位置ベクトルとする点にいる確率は $\frac{\text{う}}{\text{えお}}$ である。

(3) 時刻が 3 秒経過したとき、A が原点に戻るには、全部で かき 通りの異なる経路がある。

(4) 点 B は時刻 0 秒のときに原点 O にあり、1 秒ごとに $\pm\vec{a}$ をそれぞれ確率 $\frac{1}{3}$ で、 $\pm\vec{b}$ をそれぞれ確率 $\frac{1}{6}$ で選び、そのベクトルの分だけ移動する。時刻が 3 秒経過したとき、B が \vec{a} を位置ベクトルとする点にいる確率は $\frac{\text{く}}{\text{け}}$ である。

解答上の注意

1. 問題の文中 $\boxed{*アイウ}$ などの*にはプラス、マイナスの符号が1つ対応し、ア、イ、あ、い、…などの文字にはそれぞれ0～9の数字が1つずつ対応する。

例1 $\boxed{*アイウ}$ に235と答えるときは、+235としてマークしなさい。

ア	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
イ			①	②	<input checked="" type="radio"/>	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
ウ			①	②	③	④	<input checked="" type="radio"/>	⑥	⑦	⑧	⑨

2. 答が0のときは、以下の例に従ってマークしなさい。

問題文中に $\boxed{*エ}$ と $\boxed{エ}$ の2通りの場合がある。

例2.1 $\boxed{*エ}$ に0と答えるときは、+0としてマークしなさい。

エ	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
---	----------------------------------	-----------------------	----------------------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---

例2.2 $\boxed{エ}$ に0と答えるときは、0のみにマークしなさい。

エ		<input checked="" type="radio"/>	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
---	--	----------------------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---

3. 分数形で解答するときは、既約分数(それ以上約分ができない分数)で答えなさい。整数を答えるときは、分母に1をマークしなさい。

例3 $\frac{\boxed{*オ}}{\boxed{カ}}$ に-5と答えるときは、 $\frac{-5}{1}$ であるから、以下のようにマークしなさい。

オ	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	①	②	③	④	<input checked="" type="radio"/>	⑥	⑦	⑧	⑨	
カ			①	<input checked="" type="radio"/>	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

4. 根号を含む形で解答するときは、根号の中の自然数が最小となる形で答えなさい。たとえば、 $\boxed{キ}\sqrt{\boxed{ク}}$ 、 $\frac{\sqrt{\boxed{ケ}}}{\boxed{コ}}$ に $4\sqrt{2}$ 、 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ 、 $\frac{\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはならない。