2020年度　東京薬科大学　生命科学部　一般C方式入学試験

数　学　問　題

（試験時間 11：30〜12：30）

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはならない．
2. この問題冊子は8ページある．
3. 試験中に問題冊子のページの脱落等に気付いた場合は，手をあげて監督者に知らせること．
4. **解答用紙に受験番号を記入し，マーク欄にマークすること．また，氏名とふりがなを記入すること．**
5. 解答用紙を折り曲げたり，破ったり，汚したりしないこと．
6. 解答用紙への記入には必ず **HB の黒鉛筆**を用いること．シャープペンシルなど他の筆記用具を用いると，正確に読み取れない場合がある．
7. マーク式の解答にあたっては，解答用紙の該当する箇所を右に示す例に従ってぬりつぶすこと．
8. 一度記入したマークを消す場合には，消しゴムできれいに消すこと．×をつけても消したことにはならない．また消しゴムのくずを完全に取り除いておくこと．
9. 解答がマーク式でないものについては，指定の箇所に解答を記入すること．
10. 解答用紙の指定された場所以外には何も書いてはならない．
11. **選択問題$\boxed{4}$と$\boxed{5}$はどちらか一方を選択してマーク欄にマークし，選択した方の問題を解答すること（マーク欄にマークがない場合は採点されない）．**
12. 計算には問題冊子の余白あるいは別に配布する計算用紙（白紙）を使用すること．
13. 辞書機能，計算機能をもつものを使用してはならない．
14. 携帯電話の電源は切っておくこと．身につけたり机上に置いたりしてはならない．
15. この問題冊子は試験終了後持ち帰ること．

例

良	不良
●	◐⊗◉

解答上の注意

解答上の注意は裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読みなさい．ただし，指示があるまで問題冊子を開いてはならない．

$\boxed{1}$ 以下の空欄$\boxed{ア}$～$\boxed{ウ}$に入る選択肢の番号を解答欄にマークし，空欄$\boxed{エ}$～$\boxed{タ}$に入る数字をそれぞれ解答欄にマークしなさい．

問 1　初項a，公比rともに正である等比数列$\{a_n\}$に対し，

$$S = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n,\quad T = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \cdots + \frac{1}{a_n}$$

とおく．このとき，

$$\frac{S}{T} = a^{\boxed{ア}} r^{\boxed{イ}} \text{ であり，}\quad a_1 a_2 a_3 \cdots a_n = \left(\frac{S}{T}\right)^{\boxed{ウ}}$$

である．

$\boxed{ア}$～$\boxed{ウ}$の選択肢：①1　②2　③-2　④$\frac{1}{2}$　⑤n　⑥$-n$　⑦$\frac{n}{2}$　⑧$n+1$　⑨$n-1$

問 2

$$\frac{1}{\dfrac{1}{\log_2 x} + \dfrac{1}{\log_3 x} + \dfrac{1}{\log_4 x}} = \log_{\boxed{エオ}} x$$

問 3　$0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$に対して，$x$についての 3 次方程式

$$x^3 + px^2 + qx - \frac{1}{4} = 0$$

の 3 つの解が$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$であるとき，$\theta = \dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}\pi$，$p = -\dfrac{\boxed{ク} + \boxed{ケ}\sqrt{\boxed{コ}}}{\boxed{サ}}$，

$$q = \frac{\boxed{シ} + \boxed{ス}\sqrt{\boxed{セ}}}{\boxed{ソタ}} \text{ である．}$$

$\boxed{2}$ 座標空間に，球面 $x^2+y^2+z^2=9$ と，その上の点 A(3,0,0)，B(0,3,0)，C(1,−2,−2) がある．以下の空欄$\boxed{ア}$～$\boxed{ス}$に入る数字をそれぞれ解答欄にマークしなさい．

問 1　$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\boxed{ア}$ であり，△ABC の面積は $\boxed{イ}\sqrt{\boxed{ウ}}$ である．

問 2　△ABC の外接円の中心の座標は，$\left(\dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}},\dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}},-\boxed{ク}\right)$ である．

問 3　原点 O から平面 ABC に下ろした垂線の足を H とするとき，OH の長さは $\dfrac{\sqrt{\boxed{ケ}}}{\boxed{コ}}$ である．

問 4　点 P が球面上を動くとき，四面体 PABC の体積の最大値は $\boxed{サ}+\boxed{シ}\sqrt{\boxed{ス}}$ である．

$\boxed{3}$　座標平面上に放物線 $C : y = x^2$ と直線 $l : y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$ がある．以下の空欄 $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{シ}$ に入る数字をそれぞれ解答欄にマークしなさい．また問 4 については，解答用紙裏面の解答欄 A に記入しなさい．

問 1　l 上の点 $\left(1, \frac{3}{4}\right)$ から C に引いた 2 本の接線の方程式は

$$y = \boxed{ア}x - \frac{\boxed{イ}}{\boxed{ウ}} \text{ と } y = \boxed{エ}x - \frac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}$$

である（ただし $\boxed{ア} < \boxed{エ}$ とする）．

問 2　l 上の点 $\left(-\boxed{キ}, -\frac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}\right)$ から C に引いた 2 本の接線は直交する．

問 3　前問の 2 本の接線と C との接点を A, B とするとき，直線 AB と放物線 C とで囲まれる部分の面積は $\dfrac{\boxed{コ}\sqrt{\boxed{サ}}}{\boxed{シ}}$ である．

問 4　座標平面上の点 P から放物線 C に 2 本の接線が引けるためには，P が $y < x^2$ を満たす領域にあることが必要であることを証明しなさい．

選択問題（$\boxed{4}$ か $\boxed{5}$ の，いずれか1問を選んで解答しなさい．解答用紙に選んだ問題の番号をマークしなさい．）

$\boxed{4}$ 正八角形OABCDEFGの頂点Oに太郎と花子がいる．1個のさいころを交互に投げ，1回目は太郎，2回目は花子，3回目は太郎，4回目は花子，…のように，出た目の数だけ太郎はO→A→B→C→…の順に，花子はO→G→F→E→…の順にそれぞれ頂点を移動する．以下の空欄$\boxed{\text{ア}}$～$\boxed{\text{サ}}$に入る数字をそれぞれ解答欄にマークしなさい．

問1　2回目が終了したとき，2人が同じ頂点にいる確率は$\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$である．

問2　3回目が終了したとき，2人が同じ頂点にいる確率は$\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$である．

問3　4回目が終了したとき，2人とも<u>頂点A</u>にいる確率は$\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}}$である．

問4　2回目が終了したとき，2人がいる頂点と頂点Oを結ぶと二等辺三角形になる確率は$\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$である．

$\boxed{5}$ 以下の空欄$\boxed{ア}$に入る選択肢の番号をすべて解答欄にマークし，空欄$\boxed{イ}$～$\boxed{シ}$に入る数字をそれぞれ解答欄にマークしなさい．

問 1　任意の実数 a, b から $\dfrac{a+b}{2}$ を求める演算を，記号@を用いて $a@b=\dfrac{a+b}{2}$ と定義する．このとき$\boxed{ア}$が成り立つ．

$\boxed{ア}$の選択肢：① $a@b=b@a$

② $(a@b)@c=a@(b@c)$

③ $(a@b)+(a@c)=a@(b+c)$

④ $k\neq 0$ に対して $(ka)@(kb)=k(a@b)$

⑤ $a@b=a@c$ ならば $b=c$

⑥ $b<c$ ならば $a@b<a@c$

問 2　関数 $y=\dfrac{10x-3}{8x-12}$ のグラフの漸近線は，$x=\dfrac{\boxed{イ}}{\boxed{ウ}}$ と $y=\dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}$ である．

問 3　$\displaystyle\int_0^1(1+x)\sqrt{1-x^2}\,dx=\frac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}\pi+\frac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$

問 4　$\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\tan^2 x}{1-\cos x}=\boxed{コ}$

問 5　関数 $y=|x-3|+7$ は，$x=\boxed{サ}$ のとき極小値$\boxed{シ}$をとる．

解答上の注意

1. 分数形で解答するときは，既約分数（それ以上約分ができない分数）で答えなさい．

   たとえば，$\dfrac{3}{4}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$ のように答えてはならない．

2. 根号を含む形で解答するときは，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい．たとえば，$\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}$，$\dfrac{\sqrt{\boxed{ウ}}}{\boxed{エ}}$ に $4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはならない．

3. たとえば，$-\boxed{オ}x^2+\boxed{カ}$ に $-x^2+3$ と答えるときは，$\boxed{オ}$ に 1 を $\boxed{カ}$ に 3 をマークしなさい．また $x^{\boxed{キ}}-\boxed{ク}$ に $x-3$ と答えるときは，$\boxed{キ}$ に 1 を $\boxed{ク}$ に 3 をマークしなさい．また $\dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}\pi$ に $\dfrac{\pi}{3}$ と答えるときは，$\boxed{ケ}$ に 1 を $\boxed{コ}$ に 3 をマークしなさい．