2020年度　東京薬科大学　生命科学部　一般B方式Ⅰ期入学試験

数　学　問　題

（試験時間 12：30 ～ 13：30）

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはならない．
2. この問題冊子は8ページある．
3. 試験中に問題冊子のページの脱落等に気付いた場合は，手をあげて監督者に知らせること．
4. **解答用紙に受験番号を記入し，マーク欄にマークすること．また，氏名とふりがなを記入すること．**
5. 解答用紙を折り曲げたり，破ったり，汚したりしないこと．
6. 解答用紙への記入には必ず**HBの黒鉛筆**を用いること．シャープペンシルなど他の筆記用具を用いると，正確に読み取れない場合がある．
7. 解答にあたっては，解答用紙の該当する箇所を右に示す例に従ってぬりつぶすこと．例えば2にマークするときは，次のように①●③とする．

例

良	不良
●	◐ ⊗ ◉

8. 一度記入したマークを消す場合には，消しゴムできれいに消すこと．×をつけても消したことにはならない．また消しゴムのくずを完全に取り除いておくこと．
9. 計算には問題冊子の余白あるいは別に配布する計算用紙（白紙）を使用すること．
10. 解答用紙の指定された場所以外には何も書いてはならない．
11. **選択問題 $\boxed{4}$ と $\boxed{5}$ はどちらか一方を選択してマーク欄にマークし，選択した方の問題を解答すること．（マーク欄にマークがない場合は採点されない）**
12. 辞書機能，計算機能をもつものを使用してはならない．
13. 携帯電話の電源は切っておくこと．身につけたり机上に置いたりしてはならない．
14. この問題冊子は試験終了後持ち帰ること．

解答上の注意

解答上の注意は裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読みなさい．ただし，指示があるまで問題冊子を開いてはならない．

$\boxed{1}$ 次の空欄 $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{コ}$ に入る数字をそれぞれ解答欄にマークし，空欄 $\boxed{サ}$ ～ $\boxed{ス}$ に入る選択肢の番号を解答欄にマークしなさい．

問 1　$x>y$ のとき，連立方程式

$$\begin{cases} \log_{10} x + \log_{10} y = 1 \\ x^2 + y^2 = 29 \end{cases}$$

の解は $x = \boxed{ア}$ ，$y = \boxed{イ}$ である．

問 2　数列 $\{a_n\}$ に対して $a_1=1$ ，$a_{n+1}=(n+1)a_n\ (n=1,2,3,\cdots)$ が成り立つとき，

$a_6 = \boxed{ウエオ}$ である．また $1+\sum_{k=1}^{5}\frac{1}{a_k}$ を小数第 2 位まで求める（小数第 3 位以下は切り捨てる）と，$\boxed{カ}.\boxed{キク}$ となる．

問 3　領域

$$x \geqq 0,\ y \geqq 0,\ 2x+y \leqq 10$$

にあり，x, y がともに整数である点は全部で $\boxed{ケコ}$ 個ある．

問 4　$a>0$ で，x, y は実数とする．

$x^2=a$ は $x=\sqrt{a}$ であるための $\boxed{サ}$ ．

$x^2=a^2$ は $|x|=a$ であるための $\boxed{シ}$ ．

$|x|+|y|<a$ は $|x+y|<a$ であるための $\boxed{ス}$ ．

$\boxed{サ}$ ～ $\boxed{ス}$ の選択肢：① 必要十分条件である
② 必要条件であるが十分条件ではない
③ 十分条件であるが必要条件ではない
④ 必要条件でも十分条件でもない

$\boxed{2}$ 点 A (4, 0, 0) と点 B (0, 4, 0) を通る直線を l とし，点 P (0, 0, 2) と l 上の 2 点 Q, R を頂点とする△PQR が正三角形であるとする（ただし点 Q の x 座標 q は点 R の x 座標 r より大きい）．また辺 QR の中点を M，△PQR の重心を G とする．以下の空欄 $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{ナ}$，$\boxed{ネ}$ ～ $\boxed{ホ}$ に入る数字をそれぞれ解答欄にマークし，空欄 $\boxed{ニ}$，$\boxed{ヌ}$ に入る選択肢の番号を解答欄にマークしなさい．

問 1　点 M の座標は（$\boxed{ア}$, $\boxed{イ}$, $\boxed{ウ}$）で，△PQR の一辺の長さは $\boxed{エ}$ である．

問 2　$q+r=\boxed{オ}$ より，点 Q の座標は（$\boxed{カ}+\sqrt{\boxed{キ}}$, $\boxed{ク}-\sqrt{\boxed{ケ}}$, $\boxed{コ}$），点 R の座標は（$\boxed{サ}-\sqrt{\boxed{シ}}$, $\boxed{ス}+\sqrt{\boxed{セ}}$, $\boxed{ソ}$）である．

問 3　点 G の座標は $\left(\dfrac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}}, \dfrac{\boxed{ツ}}{\boxed{テ}}, \dfrac{\boxed{ト}}{\boxed{ナ}}\right)$ である．

問 4　四面体 PQRS が正四面体であるとする（ただし点 S の x 座標は正である）．このとき点 S は 3 点 O, P, M を含む平面上にあり，かつ $\overrightarrow{SG}$ と $\overrightarrow{PM}$ は直交するので，点 S の x 座標を s とすると，点 S の y 座標は $\boxed{ニ}$，点 S の z 座標は $\boxed{ヌ}$ と表すことができる．

$\boxed{ニ}$，$\boxed{ヌ}$ の選択肢：

① s	② $2s$	③ $3s$
④ $4s$	⑤ $s+1$	⑥ $2s+1$
⑦ $2s-2$	⑧ $3s-2$	⑨ $3s+2$

問 5　点 S の座標は $\left(\dfrac{\boxed{ネ}}{\boxed{ノ}}, \dfrac{\boxed{ハ}}{\boxed{ヒ}}, \dfrac{\boxed{フヘ}}{\boxed{ホ}}\right)$ である．

$\boxed{3}$ $0 \leqq \theta \leqq \pi$ のとき，$f(\theta)=2(\cos^3\theta-\sin^3\theta)$，$t=\cos\theta-\sin\theta$ とする．以下の空欄 $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{カ}$，$\boxed{ク}$，$\boxed{サ}$，$\boxed{ス}$ に入る数字をそれぞれ解答欄にマークし，空欄 $\boxed{キ}$，$\boxed{ケ}$，$\boxed{コ}$，$\boxed{シ}$，$\boxed{セ}$，$\boxed{ソ}$ に入る選択肢の番号をマークしなさい．

問1　$\cos\theta\sin\theta=\dfrac{\boxed{ア}-t^{\boxed{イ}}}{\boxed{ウ}}$ より，$f(\theta)=-t^{\boxed{エ}}+\boxed{オ}\,t$ と表せる．

問2　$t=\sqrt{\boxed{カ}}\cos\left(\theta\boxed{キ}\dfrac{\pi}{\boxed{ク}}\right)$ より，t の取り得る値の範囲は $\boxed{ケ} \leqq t \leqq \boxed{コ}$ である．

$\boxed{キ}$ の選択肢：① $+$　　② $-$

$\boxed{ケ}$，$\boxed{コ}$ の選択肢：
⓪ 0　① 1　② -1
③ 2　④ -2　⑤ $\sqrt{2}$
⑥ $-\sqrt{2}$　⑦ $\sqrt{3}$　⑧ $-\sqrt{3}$

問3　$f(\theta)$ の最大値は $\boxed{サ}$ で，このときの θ の値は $\boxed{シ}$ である．また $f(\theta)$ の最小値は $-\boxed{ス}$ で，このときの θ の値は $\boxed{セ}$，$\boxed{ソ}$ である．

$\boxed{シ}$，$\boxed{セ}$，$\boxed{ソ}$ の選択肢：
⓪ 0　① π　② $\dfrac{\pi}{2}$
③ $\dfrac{\pi}{3}$　④ $\dfrac{\pi}{4}$　⑤ $\dfrac{\pi}{5}$
⑥ $\dfrac{\pi}{6}$

選択問題（$\boxed{4}$ か $\boxed{5}$ の，いずれか1問を選んで解答しなさい．解答用紙に選んだ問題の番号をマークしなさい.）

$\boxed{4}$ A, B, Cの3チームが試合を行う．第1試合にAとBが対戦する．第2試合以降は，直前の試合に勝ったチームが残りの1チームと対戦することを繰り返す．2連勝したチームが出た時点でそのチームを優勝とし，試合は終了する．すべての対戦においてそれぞれのチームが勝つ確率は$\dfrac{1}{2}$であり，引き分けはないものとする．以下の空欄 $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{ニ}$ に入る数字をそれぞれ解答欄にマークしなさい．

問1　Aが最短で優勝する確率は $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$，Cが最短で優勝する確率は $\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ である．

問2　第5試合でAが優勝する確率は $\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カキ}}$，第6試合でCが優勝する確率は $\dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケコ}}$ である．

問3　第6試合またはそれ以前に，Aが優勝する確率は $\dfrac{\boxed{サシ}}{\boxed{スセ}}$，Cが優勝する確率は $\dfrac{\boxed{ソ}}{\boxed{タチ}}$ である．

問4　Aが第1試合で勝ち，かつAが第9試合またはそれ以前に優勝する確率は $\dfrac{\boxed{ツテ}}{\boxed{トナニ}}$ である．

$\boxed{5}$ 以下の空欄 $\boxed{ア}$ に入る選択肢の番号をすべて解答欄にマークし，空欄 $\boxed{イ}$ ～ $\boxed{ス}$ に入る数字をそれぞれ解答欄にマークしなさい．

問 1　$\boxed{ア}$ の逆関数は存在しない．

$\boxed{ア}$ の選択肢：① $y=x^2$（x は任意の実数）　② $y=x^2$（$x \geqq 0$）

③ $y=x^3$（x は任意の実数）　④ $y=\sqrt{x}$（$x \geqq 0$）

⑤ $y=2^{-x}$（x は任意の実数）　⑥ $y=\sin x$（$0 \leqq x < 2\pi$）

問 2　$\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{6\sin x} = \frac{\boxed{イ}}{\boxed{ウ}}$

問 3　$\displaystyle\lim_{n \to \infty} \frac{1}{n}\left\{\left(1+\frac{1}{n}\right)+\left(1+\frac{2}{n}\right)+\cdots+\left(1+\frac{n}{n}\right)\right\} = \frac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}$

問 4　$\displaystyle\lim_{n \to \infty} \frac{2\cdot 3^n - 4\cdot 5^n}{3\cdot 5^n} = -\frac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}$，$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\cdot 3^n - 4}{3\cdot 5^n} = \frac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$ である．

問 5　$z=\sqrt{3}+i$，$w=-1+i$ のとき，複素数平面上の 4 点 O(0)，A(1)，B(z)，C(wz) に関して $\angle \mathrm{AOB} = \dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}\pi$，$\angle \mathrm{BOC} = \dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}\pi$ である．

解答上の注意

1. 分数形で解答するときは，既約分数（それ以上約分ができない分数）で答えなさい．
   たとえば，$\dfrac{3}{4}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$ のように答えてはならない．

2. 根号を含む形で解答するときは，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい．
   たとえば，$\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}$，$\dfrac{\sqrt{\boxed{ウ}}}{\boxed{エ}}$ に $4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはならない．

3. たとえば，$-\boxed{オ}x^2+\boxed{カ}$ に $-x^2+3$ と答えるときは，$\boxed{オ}$ に 1 を $\boxed{カ}$ に 3 をマークしなさい．また $x^{\boxed{キ}}-\boxed{ク}$ に $x-3$ と答えるときは，$\boxed{キ}$ に 1 を $\boxed{ク}$ に 3 をマークしなさい．また $\dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}\pi$ に $\dfrac{\pi}{3}$ と答えるときは，$\boxed{ケ}$ に 1 を $\boxed{コ}$ に 3 をマークしなさい．