

数 学 問 題

(この問題は5題からなっている)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはならない。
2. 解答用紙への記入には、必ず**HB**の黒鉛筆を使用しなさい。
3. 解答用紙を折り曲げたり、破いたり、汚したりしてはならない。採点が不可能になる。
4. 合図があったら、解答用紙の左上部の空欄に**受験番号**を記入しなさい。
5. 試験中にページの脱落等に気づいた場合は、手をあげて監督者に知らせなさい。解答用紙の汚れ等に気づいた場合も、同様に知らせなさい。
6. 解答は解答用紙の指定された場所に記入し、その他の部分には何も書いてはならない。裏面にも何も書いてはならない。
7. 解答にあたっては、マークすることを要求された欄をマーク例に従ってぬりつぶしなさい。
8. 一度記入したマークを消す場合には、消しゴムできれいに消さねばならない。×をつけても消したことはない。
9. 計算や下書きは、問題冊子の余白を利用しなさい。
10. 計算機を使用してはならない。また、携帯電話やスマートフォンなどの通信機器は、必ず電源を切って鞆の中にしまいなさい。
11. 不正行為に対しては厳正に対処する。不正行為を行った場合、その時点で数学の受験を停止とする。さらに、化学および英語の受験を無効とする。
12. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰りなさい。

マーク例

良	不良
●	● ⊗ ●

解答上の注意

解答上の注意は裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、指示があるまで問題冊子を開いてはならない。

問題 1

- (1) 1枚の硬貨を繰り返し投げ、2回連続して表が出たらそこで投げるのを止めることにする。投げ始めてからちょうど4回で止めることになる確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ であり、ちょうど5回で止めることになる確率は $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エオ}}}$ である。

- (2) k を0でない定数とする。2つの2次方程式

$$x^2 - x + k = 0 \quad \dots\dots \text{①}$$

$$x^2 + x + 2k = 0 \quad \dots\dots \text{②}$$

において、②の1つの解が①の1つの解の2倍であるとき、 $k = \boxed{\text{*力}}$ である。

- (3)

$$(1+x)(1+x^2)(1+x^3)(1+x^4)(1+x^5)(1+x^6)$$

の展開式における x^{10} の係数は $\boxed{\text{キ}}$ である。

- (4) xy 平面上に原点 O を中心とする半径1の円 C がある。 C 上に2つの点 A, B があり、線分 OA, OB と x 軸の正の向きとのなす角がそれぞれ $\theta, 2\theta$ であるとする。ただし、 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ とする。点 A から x 軸に下した垂線の長さ、点 B から y 軸に下した垂線の長さの和が最大になるときの $\sin \theta$ の値は

$$\sin \theta = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

である。

問題 2

- (1) 実数 x, y が $2x + 3y = 27$ を満たすとき,

$$\log_3 x + \log_9 y$$

の最大値は $\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ であり, その最大値を与える x の値は $x = \boxed{\text{シ}}$ である。

- (2) $a_1 = 6, a_n > 0 (n = 2, 3, 4, \dots)$ を満たす数列 $\{a_n\}$ と, それに対応する放物線群 $C_n : y = a_n x^2 - a_{n+1} x$ がある。 C_n と x 軸とで囲まれる図形の面積が n の値に関係なく一定値 36 になるとき, a_{n+1} と a_n の間には

$$a_{n+1} = \boxed{\text{ス}} a_n \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

という関係がある。 $\log_6 a_n = b_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ とおくと,

$$b_{n+1} = \boxed{\text{タ}} + \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}} b_n$$

となるので, 一般項 b_n は

$$b_n = \boxed{\text{*テ}} \cdot \left(\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} \right)^{n-1} + \boxed{\text{ニ}}$$

と求まる。

問題 3

関数 $f(x)$ は、すべての実数 x に対して

$$f(x) = |x^2 - 1| + \int_0^2 f(t) dt$$

を満たすものとする。以下の問に答えよ。

(1) $f(x) = |x^2 - 1| +$ である。

(2) xy 平面上で、 $y = f(x)$ のグラフと x 軸とで囲まれる部分の面積は

$$\text{ネ} \sqrt{\text{ノ}} - \frac{\text{ハ}}{\text{ヒ}}$$

である。

(3) k を定数として、方程式 $f(x) = k$ の異なる解の個数が 0 個となるのは $k <$

のときであり、4 個となるのは $< k <$ のときである。

問題 4

xy 平面上に放物線 $C: y = x^2$ がある。また、2つのサイコロ A と B を投げて出た目の数をそれぞれ a, b として直線 $l: y = ax - b$ を定める。 C と l が異なる 2 点で交わる時、 C と l とで囲まれる部分の面積を $S(a, b)$ と記す。ただし、 C と l が異なる 2 点で交わらない場合は $S(a, b) = 0$ と定める。以下の間に答えよ。

(1) C と l が接する確率は $\frac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミム}}}$ である。

(2) $S(a, b)$ が 0 でない有理数となる確率は $\frac{\boxed{\text{メ}}}{\boxed{\text{モヤ}}}$ である。

(3) $a = 4$ のとき、

$$\sum_{b=1}^6 S(4, b) = \boxed{\text{ユ}} \sqrt{\boxed{\text{ヨ}}} + \frac{\boxed{\text{ラ}}}{\boxed{\text{リ}}} \sqrt{\boxed{\text{ル}}} + \frac{\boxed{\text{レ}}}{\boxed{\text{ロ}}}$$

である。

問題 5

平面上で、O を中心とする半径 2 の円周上に異なる 3 点 A, B, C をとり、

$$I = \vec{OA} \cdot \vec{OB} + \vec{OB} \cdot \vec{OC} + \vec{OC} \cdot \vec{OA}$$

とおく。ここに、 $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ は \vec{OA} と \vec{OB} の内積を表す。他も同様である。以下の問に答えよ。

(1) $\triangle ABC$ が正三角形となるとき I の値は である。

(2) $\triangle ABC$ が直角三角形となるとき I の値は である。

(3) $\triangle ABC$ の 3 つの内角が $45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ となるとき I の値は

$$\text{} \sqrt{\text{}} - \text{}$$

である。

(4) $\triangle ABC$ が二等辺三角形となり、 $I = 2$ であるとき、この二等辺三角形の頂角は

$^\circ$ である。ただし、答が 100° 未満のときは、不要になる解答欄のうまたは

えには 0 を埋めよ。たとえば、 1° のときは 001、 23° のときは 023 のように答えよ。

解答上の注意

1. 問題の文中 $\boxed{*アイウ}$ などの*にはプラス、マイナスの符号が1つ対応し、ア、イ、あ、い、…などの文字にはそれぞれ0~9の数字が1つずつ対応する。

例1 $\boxed{*アイウ}$ に235と答えるときは、+235としてマークしなさい。

ア	<input checked="" type="radio"/> ⊕	<input type="radio"/> ⊖	0	1	<input checked="" type="radio"/> 2	3	4	5	6	7	8	9
イ			0	1	2	<input checked="" type="radio"/> 3	4	5	6	7	8	9
ウ			0	1	2	3	4	<input checked="" type="radio"/> 5	6	7	8	9

2. 答が0のときは、以下の例に従ってマークしなさい。

問題文中に $\boxed{*エ}$ と $\boxed{エ}$ の2通りの場合がある。

例2.1 $\boxed{*エ}$ に0と答えるときは、+0としてマークしなさい。

エ	<input checked="" type="radio"/> ⊕	<input type="radio"/> ⊖	<input checked="" type="radio"/> 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	------------------------------------	-------------------------	------------------------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---

例2.2 $\boxed{エ}$ に0と答えるときは、0のみにマークしなさい。

エ			<input checked="" type="radio"/> 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	--	--	------------------------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---

3. 分数形で解答するときは、既約分数(それ以上約分ができない分数)で答えなさい。整数を答えるときは、分母に1をマークしなさい。

例3 $\frac{\boxed{*オ}}{\boxed{カ}}$ に-5と答えるときは、 $\frac{-5}{1}$ であるから、以下のようにマークしなさい。

オ	<input checked="" type="radio"/> ⊕	<input checked="" type="radio"/> ⊖	0	1	2	3	4	<input checked="" type="radio"/> 5	6	7	8	9
カ			0	<input checked="" type="radio"/> 1	2	3	4	5	6	7	8	9

4. 根号を含む形で解答するときは、根号の中の自然数が最小となる形で答えなさい。たとえば、 $\boxed{キ}\sqrt{\boxed{ク}}$ 、 $\sqrt{\frac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}}$ に $4\sqrt{2}$ 、 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ 、 $\frac{\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはならない。