

# 数 学 問 題

(試験時間 11 : 30 ~ 12 : 30)

## 受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはならない。
2. この問題冊子は8ページある。
3. 試験中に問題冊子のページの脱落等に気付いた場合は、手をあげて監督者に知らせること。
4. 解答用紙に受験番号を記入し、マーク欄にマークすること。また、氏名とふりがなを記入すること。
5. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、汚したりしないこと。
6. 解答用紙への記入には必ずHBの黒鉛筆を用いること。シャープペンシルなど他の筆記用具を用いると、正確に読み取れない場合がある。
7. マーク式の解答にあたっては、解答用紙の該当する箇所を右に示す例に従ってぬりつぶすこと。
8. 一度記入したマークを消す場合には、消しゴムできれいに消すこと。×をつけても消したことはない。また消しゴムのくずを完全に除去しておくこと。
9. 解答がマーク式でないものについては、指定の箇所に解答を記入すること。
10. 解答用紙の指定された場所以外には何も書いてはならない。
11. 選択問題④と⑤はどちらか一方を選択してマーク欄にマークし、選択した方の問題を解答すること(マーク欄にマークがない場合は採点されない)。
12. 計算には問題冊子の余白あるいは別に配布する計算用紙(白紙)を使用すること。
13. 辞書機能、計算機能をもつものを使用してはならない。
14. 携帯電話の電源は切っておくこと。身につけたり机の上に置いたりしてはならない。
15. この問題冊子は試験終了後持ち帰ること。

例

良	不良
●	● <del>×</del> ●

### 解答上の注意

解答上の注意は裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、指示があるまで問題冊子を開いてはならない。

1 以下の空欄ア～ソに入る数字をそれぞれ解答欄にマークしなさい。

問1  $\cos\frac{\pi}{5}\cos\frac{2}{5}\pi$  の値を次のようにして求めたい。この式に  $2\sin\frac{2}{5}\pi$  を掛けて、これ  
で割ると、

$$\cos\frac{\pi}{5}\cos\frac{2}{5}\pi = \frac{\cos\frac{\pi}{5} \cdot \left(2\sin\frac{2}{5}\pi \cos\frac{2}{5}\pi\right)}{2\sin\frac{2}{5}\pi} = \frac{\cos\frac{\pi}{5} \sin\frac{\text{ア}}{\text{イ}}\pi}{2\sin\frac{2}{5}\pi}$$

となる (ただし  $0 < \frac{\text{ア}}{\text{イ}} < \frac{1}{2}$  とする)。上式の最右辺の分子は、

$$\cos\frac{\pi}{5} \sin\frac{\text{ア}}{\text{イ}}\pi = \frac{\text{ウ}}{\text{エ}} \sin\frac{2}{5}\pi \text{ となるので, } \cos\frac{\pi}{5} \cos\frac{2}{5}\pi = \frac{\text{オ}}{\text{カ}}$$

る。

問2 2次方程式  $x^2 - px + q = 0$  が実数解  $\alpha, \beta$  (ただし  $0 < \alpha \leq \beta$ ) をもつとき、2次関

数  $f(x) = x^2 + px - q$  は、 $f(\alpha) = \beta, f(\beta) = \alpha$  を満たすという。このとき、

$$\alpha = \frac{\text{キ}}{\text{ク}}, \beta = \frac{\text{ケ}}{\text{コ}}$$

問3  $\log_{16} 2 = \frac{\text{サ}}{\text{シ}}$  より、方程式  $81^{\log_{16} 2^{4x}} - 23 \times 9^x = 50$  の解は、

$$x = \log_9 \frac{\text{スセ}}{\text{ソ}} = \log_3 \frac{\text{ソ}}{\text{タ}}$$

2 放物線  $C: y = x^2$  上に、次の条件を満たす点  $P_1, P_2, \dots, P_n, \dots$  をとる.

$$P_i \text{ の } x \text{ 座標を } a_i \text{ とするとき, } 1 = a_1 < a_2 < \dots < a_n < \dots$$

原点を  $O$  として、線分  $OP_1$  と  $C$  とで囲まれる部分の面積を  $S_1$  とする. また 2 以上

の自然数  $n$  に対し、線分  $OP_n, OP_{n-1}$  および  $C$  とで囲まれる部分の面積を  $S_n$  とする.

以下の空欄  $\square$ ア $\sim$ イ $\square$  および  $\square$ エ $\sim$ オ $\square$  に入る数字をそれぞれ解答欄にマークし、空欄  $\square$ ウ $\square$  と  $\square$ カ $\square$  に入る選択肢の番号を解答欄にマークしなさい. また問 3 については、解答用紙裏面の解答欄 A に記入しなさい.

問 1  $S_1 = \frac{\square}{\square}$  である. また  $S_2$  を  $a_2$  と  $a_1$  で表すと、 $S_2 = \square$  である.

$\square$ ウ $\square$  の選択肢: ①  $\frac{1}{3}(a_1^3 - a_2^3)$  ②  $\frac{1}{3}(a_2^3 - a_1^3)$  ③  $\frac{1}{3}(a_1^3 + a_2^3)$   
 ④  $\frac{1}{6}(a_1^3 - a_2^3)$  ⑤  $\frac{1}{6}(a_2^3 - a_1^3)$  ⑥  $\frac{1}{6}(a_1^3 + a_2^3)$

問 2  $\{S_n\}$  が公比  $\frac{3}{5}$  の等比数列のとき、 $a_2 = \frac{\square}{\sqrt[3]{\square}}$ 、 $6(S_1 + S_2 + S_3) = \square$  である.

$\square$ カ $\square$  の選択肢: ①  $a_1^3 + a_2^3 + a_3^3$  ②  $a_1^3 - a_3^3$  ③  $a_3^3 - a_1^3$  ④  $a_3^3$   
 ⑤  $2(a_1^3 + a_2^3 + a_3^3)$  ⑥  $2(a_1^3 - a_3^3)$  ⑦  $2(a_3^3 - a_1^3)$  ⑧  $2a_3^3$

問 3  $\{S_n\}$  が公比  $\frac{3}{5}$  の等比数列のとき、 $a_n$  を  $n$  を用いて表しなさい.

3 平面上に 3 点 O, A, B があり,  $\overline{OA}, \overline{OB}$  のなす角は  $\theta$  (ただし  $0 < \theta < \pi$ ) で,

$|\overline{OA}| = \sqrt{2}$ ,  $|\overline{OB}| = 1$  とする. また実数  $t$  が  $0 \leq t \leq 1$  の範囲を動くとき, 動点 P, Q

を  $\overline{OP} = t\overline{OA}$ ,  $\overline{OQ} = (1-t)\overline{OB}$  となるように定める. 空欄ア～カおよびケ～コに入る数字をそれぞれ解答欄にマークし, 空欄キ～クおよびサ～シに入る選択肢の番号を解答欄にマークしなさい.

問1  $\theta = \frac{3}{4}\pi$  のとき,  $\overline{OA} \cdot \overline{OB} = -\boxed{\text{ア}}$ ,  $|\overline{AB}| = \sqrt{\boxed{\text{イ}}}$  である.

問2 線分 AB の中点を M, 線分 PQ を 2:1 に内分する点を N とすると,

$\overline{OM} = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}\overline{OA} + \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\overline{OB}$ ,  $\overline{ON} = \boxed{\text{キ}}\overline{OA} + \boxed{\text{ク}}\overline{OB}$  である. このとき 3 点 O, M, N が

一直線上にあれば,  $t = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$  である.

$\boxed{\text{キ}}$  と  $\boxed{\text{ク}}$  の選択肢: ①  $\frac{1}{3}$  ②  $\frac{2}{3}$  ③  $t$  ④  $\frac{t}{3}$  ⑤  $\frac{2t}{3}$

⑥  $1-t$  ⑦  $\frac{1-t}{3}$  ⑧  $\frac{2(1-t)}{3}$

問3  $|\overline{PQ}|^2$  を  $t$  と  $\theta$  を用いて表すと,  $|\overline{PQ}|^2 = (\boxed{\text{サ}})t^2 - 2(\boxed{\text{シ}})t + 1$  である.

$\boxed{\text{サ}}$  と  $\boxed{\text{シ}}$  の選択肢: ①  $1+2\sqrt{2}\cos\theta$  ②  $1-2\sqrt{2}\cos\theta$  ③  $3+2\sqrt{2}\cos\theta$

④  $3-2\sqrt{2}\cos\theta$  ⑤  $\cos\theta$  ⑥  $\sqrt{2}\cos\theta$  ⑦  $1+\sqrt{2}\cos\theta$

⑧  $1-\sqrt{2}\cos\theta$

選択問題 (  か  の、いずれか1問を選んで解答しなさい。解答用紙に選んだ問

題の番号をマークしなさい.)

1 から 9 までの数字が 1 つずつ書かれた 9 枚のカードが袋に入っている。この中から無作為に 1 枚を取り出し、書かれた数字を見て元の袋に戻す。この操作を 3 回繰り返したとき、カードに書かれた数字を順に  $x, y, z$  とする。以下の空欄  ~  に入る数字をそれぞれ解答欄にマークしなさい。

問 1  $x=y=z$  となる確率は  $\frac{\text{ア}}{\text{イウ}}$  である。

問 2  $x > y$  かつ  $x > z$  となる確率は  $\frac{\text{エオ}}{\text{カキク}}$  である。

問 3  $x > y > z$  となる確率は  $\frac{\text{ケコ}}{\text{サシス}}$  である。

問 4  $x$  と  $y$  と  $z$  の積が奇数となる確率は  $\frac{\text{セソタ}}{\text{チツテ}}$  である。

問 5  $x+y+z=11$  となる確率は  $\frac{\text{ト}}{\text{ナニ}}$  である。

5 以下の空欄ア, キ, クに入る選択枝の番号を解答欄にマークし, 空欄イ~カおよびケ~サに入る数字をそれぞれ解答欄にマークしなさい.

問1  $f(x) = x^4 - 4x^3 + 6ax^2$  とする.  $y = f(x)$  が変曲点をもつのはアのときである.

アの選択枝: ①  $a = 1$  ②  $a \neq 1$  ③  $a > 1$   
 ④  $a < 1$  ⑤  $a \leq 1$  ⑥  $a$  が任意の実数

問2  $\frac{x^2 - 2x - 1}{(x^2 + 1)(x - 1)} = \frac{\text{イ}x}{x^2 + 1} - \frac{\text{ウ}}{x - 1}$  より,  $\int_{-1}^0 \frac{x^2 - 2x - 1}{(x^2 + 1)(x - 1)} dx = \text{エ}$  である.

問3  $f(x) = \frac{-x + 1}{x^2 + 2}$  は,  $x = \text{オ} - \sqrt{\text{カ}}$  のときキ,  $x = \text{オ} + \sqrt{\text{カ}}$  のときクとなる.

キとクの選択枝: ① 極小 ② 極大

問4  $a = \text{ケ}$ ,  $b = -\text{コサ}$  のとき,  $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{ax + b}{\sqrt{x} - 3} = 36$  が成り立つ.

### 解答上の注意

1. 分数形で解答するときは、既約分数（それ以上約分ができない分数）で答えなさい。

たとえば、 $\frac{3}{4}$  と答えるところを、 $\frac{6}{8}$  のように答えてはならない。

2. 根号を含む形で解答するときは、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えな

さい。たとえば、 $\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$ 、 $\frac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$  に  $4\sqrt{2}$ 、 $\frac{\sqrt{2}}{2}$  と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ 、 $\frac{\sqrt{8}}{4}$  のよ

うに答えてはならない。

3. たとえば、 $-\boxed{\text{オ}}x^2 + \boxed{\text{カ}}$  に  $-x^2 + 3$  と答えるときは、 $\boxed{\text{オ}}$  に 1 を  $\boxed{\text{カ}}$  に 3 をマークし

なさい。また  $x^{\boxed{\text{キ}}} - \boxed{\text{ク}}$  に  $x - 3$  と答えるときは、 $\boxed{\text{キ}}$  に 1 を  $\boxed{\text{ク}}$  に 3 をマークしな

さい。また  $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\pi$  に  $\frac{\pi}{3}$  と答えるときは、 $\boxed{\text{ケ}}$  に 1 を  $\boxed{\text{コ}}$  に 3 をマークしなさい。