

数 学 問 題

(試験時間 12:30 ~ 13:30)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはならない。
 2. この問題冊子は 8 ページある。
 3. 試験中に問題冊子のページの脱落等に気付いた場合は、手をあげて監督者に知らせること。
 4. 解答用紙に受験番号を記入し、マーク欄にマークすること。また、氏名とふりがなを記入すること。
 5. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、汚したりしないこと。
 6. 解答用紙への記入には必ず HB の黒鉛筆を用いること。シャープペンシルなど他の筆記用具を用いると、正確に読み取れない場合がある。
 7. 解答にあたっては、解答用紙の該当する箇所を
右に示す例に従ってぬりつぶすこと。
例えば2にマークするときは、次のように
①●③とする。
- | 良 | 不良 |
|---|-------|
| ● | ● ⊗ ● |
8. 一度記入したマークを消す場合には、消しゴムできれいに消すこと。
×をつけても消したことはない。また消しゴムのくずを完全に除去しておくこと。
 9. 計算には問題冊子の余白あるいは別に配布する計算用紙(白紙)を使用すること。
 10. 解答用紙の指定された場所以外には何も書いてはならない。
 11. 選択問題 **4**と**5** はどちらか一方を選択してマーク欄にマークし、選択した方の問題を解答すること。(マーク欄にマークがない場合は採点されない)
 12. 辞書機能、計算機能をもつものを使用してはならない。
 13. 携帯電話の電源は切っておくこと。身につけたり机の上に置いたりしてはならない。
 14. この問題冊子は試験終了後持ち帰ること。

解答上の注意

解答上の注意は裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、指示があるまで問題冊子を開いてはならない。

1 以下の空欄 \square ア, \square ウ ~ \square カ, \square ク ~ \square シ に入る数字をそれぞれ解答欄にマークし, 空欄 \square イ と \square キ に入る選択肢の番号を解答欄にマークしなさい.

問1 $\sin\theta + \cos\theta = \frac{1}{3}$ (ただし $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$) のとき,

$$\sin\theta = \frac{\square\text{ア}\square\text{イ}\sqrt{\square\text{ウエ}}}{\square\text{オ}}, \quad \cos\theta = \frac{\square\text{カ}\square\text{キ}\sqrt{\square\text{クケ}}}{\square\text{コ}}$$

\square イ と \square キ の選択肢: ① + ② - ③ ±

問2 $\log_3(x-3) > \log_9(x-3)$ が成り立つための必要十分条件は $x > \square$ サ である.

問3 $\left(\sqrt[5]{4 \cdot 16^{\frac{1}{x}}}\right)^{\frac{x}{6}} = 2$ を満たす実数 x は \square シ である.

- ② 座標空間内の4点を $O(0, 0, 0)$, $A(1, 3, 4)$, $B(-2, -1, 5)$, $C(2, -2, 2)$ とする. 線分 OA , OB , OC を3辺とする平行六面体について, 以下の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ ~ $\boxed{\text{セ}}$ に入る数字をそれぞれ解答欄にマークしなさい.

問1 点 O から最も遠い頂点の座標は ($\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$, $\boxed{\text{ウエ}}$) である.

問2 $\angle AOB = \theta$ とすると, $\cos \theta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キク}}}}$ である.

問3 平行六面体の辺 OA と辺 OB がともに含まれる面の面積は $\sqrt{\boxed{\text{ケコサ}}}$ である.

問4 ベクトル $\vec{n} = (19, -\boxed{\text{シス}}, \boxed{\text{セ}})$ は, \vec{OA} と \vec{OB} に対して垂直である.

3 2つの放物線 $C_1: y = x^2$ と $C_2: y = -2x^2 + 3x - \frac{9}{4}$ の両方に接する直線を l_1, l_2 とする (ただし l_1 の傾きは正で, l_2 の傾きは負). l_1 は C_1, C_2 とそれぞれ点 P_1, Q_1 で接し, l_2 は C_1, C_2 とそれぞれ点 P_2, Q_2 で接する. 以下の空欄 \square ~ \square に入る数字をそれぞれ解答欄にマークしなさい.

問1 点 P_1 の座標は $\left(\frac{\square}{\square}, \frac{\square}{\square}\right)$ で, 点 P_2 の座標は $\left(-\frac{\square}{\square}, \frac{\square}{\square}\right)$ である.

問2 l_1 の方程式は $y = \square x - \frac{\square}{\square}$, l_2 の方程式は $y = -\square x - \frac{\square}{\square}$ である.

問3 C_1 と l_2 と y 軸で囲まれる部分の面積を S とすると, $S = \frac{\square}{\square}$ である.

選択問題（4 か 5 の、いずれか1問を選んで解答しなさい。解答用紙に選んだ問題の番号をマークしなさい。）

4 $U = \{x \mid x \text{ は整数, } 1 \leq x \leq 100\}$ を全体集合として、その部分集合を
 $A = \{x \mid x \text{ は整数, } x^2 - 50x + 400 < 0\}$,
 $B = \{x \mid x \text{ は } 300 \text{ の約数, } 1 \leq x \leq 100\}$ とする。
以下の空欄 ア ~ ソ に入る数字をそれぞれ解答欄にマークしなさい。

問1 \bar{A} の要素の個数は アイ 個、 B の要素の個数は ウエ 個である。ただし \bar{A} は A の補集合である。

問2 U から1個の要素を取り出したとき、それが $A \cap B$ の要素である確率は $\frac{\text{オ}}{\text{カキ}}$ である。

問3 U から1個の要素を取り出したとき、それが $\bar{A} \cap B$ の要素である確率は $\frac{\text{クケ}}{\text{コサシ}}$ である。

問4 A から1個の要素を取り出したとき、それが B の要素でもある確率は $\frac{\text{ス}}{\text{セン}}$ である。

5 以下の空欄 [ア] と [セ] に入る選択肢の番号を解答欄にマークし、空欄 [イ] ~ [ス] に入る数字をそれぞれ解答欄にマークしなさい。

問1 $a_1 = 3$, $a_{n+1} = \frac{3}{4}a_n + 1$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項は, $a_n =$ [ア] と表される. このとき $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n =$ [イ] である.

- [ア] の選択肢: ① $1 + 3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n$ ② $1 + 3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$ ③ $1 + \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$
 ④ $3 + \left(\frac{3}{4}\right)^n$ ⑤ $3 - \left(\frac{3}{4}\right)^n$ ⑥ $3 - \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$
 ⑦ $4 - \left(\frac{3}{4}\right)^n$ ⑧ $4 + 3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$ ⑨ $4 - \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$

問2 関数 $f(x) = 3 + \sqrt{25 - x^2}$ の定義域は $-$ [ウ] $\leq x \leq$ [エ], 最大値は [オ],

最小値は [カ] で, $\int_0^{\text{キク}} f(x) dx = \frac{\text{キク}}{\text{ケ}} \pi + \text{コサ}$ である.

問3 曲線 $y = x^3 + 3x^2 - 1$ の変曲点の座標は $(-$ [シ], [ス]) である.

問4 $\begin{cases} x = \sqrt{t} \\ y = \log t \end{cases}$ (ただし $t > 0$) のとき, $\frac{dy}{dx} =$ [セ] である.

- [セ] の選択肢: ① \sqrt{t} ② $\frac{\sqrt{t}}{2}$ ③ $t\sqrt{t}$ ④ $2t\sqrt{t}$
 ⑤ $\frac{1}{\sqrt{t}}$ ⑥ $\frac{2}{\sqrt{t}}$ ⑦ $\frac{1}{t\sqrt{t}}$ ⑧ $\frac{2}{t\sqrt{t}}$

解答上の注意

1. 分数形で解答するときは、既約分数（それ以上約分ができない分数）で答えなさい。

たとえば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはならない。

2. 根号を含む形で解答するときは、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

たとえば、 $\sqrt{\text{ア}}\sqrt{\text{イ}}$ 、 $\frac{\sqrt{\text{ウ}}}{\text{エ}}$ に $4\sqrt{2}$ 、 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ 、 $\frac{\sqrt{8}}{4}$ のように

答えてはならない。

3. たとえば、 $-\text{オ}x^2 + \text{カ}$ に $-x^2 + 3$ と答えるときは、 オ に 1 を カ に 3 をマークし

なさい。また $x^{\text{キ}} - \text{ク}$ に $x - 3$ と答えるときは、 キ に 1 を ク に 3 をマークしなさい。

また $\frac{\text{ケ}}{\text{コ}}\pi$ に $\frac{\pi}{3}$ と答えるときは、 ケ に 1 を コ に 3 をマークしなさい。