

# 数 学 問 題

(試験時間 11 : 40 ~ 12 : 40)

## 受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはならない。
2. この問題冊子は 8 ページある。
3. 試験中に問題冊子のページの脱落等に気付いた場合は、手をあげて監督者に知らせること。
4. 解答用紙に受験番号を記入し、マーク欄にマークすること。また、氏名とふりがなを記入すること。
5. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、汚したりしないこと。
6. 解答用紙への記入には必ず HB の黒鉛筆またはシャープペンシル (HB, 0.5 mm 芯以上) を用いること。他の筆記用具を用いると、正確に読み取れない場合がある。
7. マーク式の解答にあたっては、解答用紙の該当する箇所を右に示す例に従ってぬりつぶすこと。例えば 2 にマークするときには、①●③ とする。
8. 一度記入したマークを消す場合には、消しゴムできれいに消すこと。×をつけても消したことはない。また消しゴムのくずを完全に除去しておくこと。
9. 解答がマーク式でないものについては、指定の箇所に解答を記入すること。
10. 解答用紙の指定された場所以外には何も書いてはならない。
11. 選択問題④と⑤はどちらか一方を選択してマーク欄にマークし、選択した方の問題を解答すること (マーク欄にマークがない場合は採点されない)。
12. 計算には問題冊子の余白あるいは別に配布する計算用紙 (白紙) を使用すること。
13. 辞書機能、計算機能をもつものを使用してはならない。
14. 携帯電話の電源は切っておくこと。身につけたり机の上に置いたりしてはならない。
15. この問題冊子は試験終了後持ち帰ること。

例

良	不良
●	● <del>⊗</del> ●

### 解答上の注意

解答上の注意は裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、指示があるまで問題冊子を開いてはならない。



1 以下の空欄ア～ケに入る数字をそれぞれ解答欄にマークし、空欄コ～シに入る選択肢の番号を解答欄にマークしなさい。

問 1.  $\sin^6\theta + \cos^6\theta = (\sin^2\theta + \cos^2\theta)^3 - \frac{\text{ア}}{\text{イ}} \sin^2\theta \cos^2\theta$  2 $\theta$ ( $\sin^2\theta + \cos^2\theta$ )だから、

$0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、関数  $\sin^6\theta + \cos^6\theta$  の最大値は  $\frac{\text{エ}}{\text{カ}}$  であり、最小値は  $\frac{\text{オ}}{\text{カ}}$  である。

また、最小値を与える  $\theta$  は全部で  $\frac{\text{キ}}{\text{ク}}$  通りあり、その中で最大のものは  $\frac{\text{ク}}{\text{ケ}}\pi$  である。

問 2.  $k$  を自然数の定数として、不等式

$$\log_2 x + \log_2(5 \cdot 2^{k-1} - x) \geq 2k$$

を解くと、 $\frac{\text{コ}}{\text{ク}} \leq x \leq \frac{\text{サ}}{\text{ケ}}$  となる。

$\frac{\text{コ}}{\text{ク}}$  と  $\frac{\text{サ}}{\text{ケ}}$  の選択肢：① 1 ② 2 ③  $2^k$  ④  $2^{-k}$  ⑤  $2^{k-1}$  ⑥  $2^{1-k}$  ⑦  $2^{k+1}$

問 3. 有理数  $x, y$  に対して、 $x + y\sqrt{3}$  で表される実数全体の集合を  $A$  とする。このとき、 $a, b$  がともに  $A$  の要素であることは、 $a + b$  が  $A$  の要素であるための  $\frac{\text{シ}}{\text{ス}}$ 。

$\frac{\text{シ}}{\text{ス}}$  の選択肢：① 必要条件であるが十分条件ではない

② 十分条件であるが必要条件ではない

③ 必要十分条件である

④ 必要条件でも十分条件でもない

2 以下の空欄ア～オに入る数字をそれぞれ解答欄にマークしなさい。また問 2 については、解答用紙裏面の解答欄 A に記入しなさい。

問 1.  $f(x) = x^3 + 3x^2$  は、 $x = -\text{ア}$  のとき極大、 $x = \text{イ}$  のとき極小となる。また  $y = f(x)$  のグラフと  $x$  軸で囲まれた部分の面積は、 $\frac{\text{ウエ}}{\text{オ}}$  である。

問 2. 3 辺の長さが等差数列をなす直角三角形の内接円の半径が 6 のとき、等差数列の公差と、直角三角形の外接円の半径を求めなさい (結果だけでなく考え方も記載すること)。

3  $t$  は実数全体を動くものとして、座標平面上に 3 点  $A(-1,0)$ ,  $B(1,4)$ ,  $P(t, 2t-2)$  をとる。以下の空欄ア～クに入る数字をそれぞれ解答欄にマークしなさい。

問 1.  $\angle APB = 90^\circ$  となるのは、 $t = 1$  と  $t = \frac{\text{アイ}}{\text{ク}}$  のときである。

問 2.  $t$  の値に関わらず、 $\triangle APB$  の面積は  $\text{エ}$  である。

問 3. 線分  $AP$  を 2:1 に内分する点  $Q$  と、線分  $BP$  を 1:2 に内分する点  $R$  を結ぶ直線  $QR$  が  $x$  軸に平行になるのは、 $t = \frac{\text{オ}}{\text{ク}}$  のときである。

問 4. 直線  $AB$  に関する  $P$  の対称点が  $y$  軸上にあるのは、 $t = \frac{\text{カキ}}{\text{ク}}$  のときである。

選択問題 (  4 か  5 の, いずれか1問を選んで解答しなさい. 解答用紙に選んだ問題の番号をマークしなさい.)

4  $n$  は2以上の整数とし, 正  $2n$  角形  $K_n$  を考える.  $K_n$  の  $2n$  個の頂点から異なる3個を無作為に選んで三角形  $T$  を作る時,  $T$  が直角三角形になる確率を  $p_n$ , 鈍角三角形になる確率を  $q_n$ , 鋭角三角形になる確率を  $r_n$  とする. 以下の空欄  ア ~  セ に入る数字をそれぞれ解答欄にマークしなさい. ただし  $2n$  個の頂点はすべて区別するものとする.

問 1.  $p_3 = \frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ ,  $q_3 = \frac{\text{ウ}}{\text{エオ}}$ ,  $r_3 = \frac{\text{カ}}{\text{キク}}$  である.

問 2.  $p_n = \frac{\text{ク}}{\text{コ}^{n-1}}$  である.

問 3.  $q_n = \frac{\text{サ}^{n-1} \text{シ}}{\text{ス}^{n-1} \text{セ}}$  である.

5 以下の空欄ア, イに入る数字をそれぞれ解答欄にマークし, 空欄ウ~カに入る選択肢の番号を解答欄にマークしなさい.

問1.  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ とする.  $y = f(x)$ のグラフの変曲点の  $x$ 座標は $-\frac{\text{ア}}{\text{イ}}a$ である. また $a \neq 0$ のとき,  $y = f(x)$ のグラフを変曲点が原点となるように平行移動すると,  $y = x^3 + (\text{ウ})x$ のグラフになる.

ウの選択肢: ①  $b - \frac{a^2}{3}$  ②  $b + \frac{a^2}{3}$  ③  $b - \frac{2a^2}{3}$

④  $b + \frac{2a^2}{3}$  ⑤  $-\frac{b}{a}$  ⑥  $\frac{b}{a}$

問2.  $g(x) = \cos(2x + 3)$ のとき,  $g'(x) = \text{エ}$ ,  $\int g(x)dx = \text{オ} + C$ である ( $C$ は積分定数).

エとオの選択肢: ①  $\sin(2x + 3)$  ②  $-\sin(2x + 3)$  ③  $2\sin(2x + 3)$

④  $-2\sin(2x + 3)$  ⑤  $\frac{\sin(2x+3)}{2}$  ⑥  $-\frac{\sin(2x+3)}{2}$

問3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x} = \text{カ}$ である.

カの選択肢: ① 0 ② 1 ③  $\frac{1}{3}$  ④ 3 ⑤  $\infty$

## 解答上の注意

1. 分数形で解答するときは、既約分数（それ以上約分ができない分数）で答えなさい。

たとえば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはならない。

2. 根号を含む形で解答するときは、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えな

さい。たとえば、 $\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$ 、 $\frac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$ に $4\sqrt{2}$ 、 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ 、 $\frac{\sqrt{8}}{4}$ のよ

うに答えてはならない。

3. たとえば、 $-\boxed{\text{オ}}x^2 + \boxed{\text{カ}}$ に $-x^2 + 3$ と答えるときは、 $\boxed{\text{オ}}$ に1を $\boxed{\text{カ}}$ に3をマークし

なさい。また $x^{\boxed{\text{キ}}} - \boxed{\text{ク}}$ に $x - 3$ と答えるときは、 $\boxed{\text{キ}}$ に1を $\boxed{\text{ク}}$ に3をマークしなさい。

い。また $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\pi$ に $\frac{\pi}{3}$ と答えるときは、 $\boxed{\text{ケ}}$ に1を $\boxed{\text{コ}}$ に3をマークしなさい。