

数 学 問 題

(試験時間 12:00 ~ 13:00)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはならない。
 2. この問題冊子は 8 ページある。
 3. 試験中に問題冊子のページの脱落等に気付いた場合は、手をあげて監督者に知らせること。
 4. 解答用紙に受験番号を記入し、マーク欄にマークすること。また、氏名とふりがなを記入すること。
 5. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、汚したりしないこと。
 6. 解答用紙への記入には必ず HB の黒鉛筆またはシャープペンシル (HB, 0.5 mm 芯以上) を用いること。他の筆記用具を用いると、正確に読み取れない場合がある。
 7. 解答にあたっては、解答用紙の該当する箇所を
右に示す例に従ってぬりつぶすこと。
例えば 2 にマークするときは、次のように
①●③とする。
- | | |
|---|-------|
| 例 | |
| 良 | 不良 |
| ● | ● ⊗ ● |
8. 一度記入したマークを消す場合には、消しゴムできれいに消すこと。
×をつけても消したことはない。また消しゴムのくずを完全にに取り除いておくこと。
 9. 計算には問題冊子の余白あるいは別に配布する計算用紙 (白紙) を使用すること。
 10. 解答用紙の指定された場所以外には何も書いてはならない。
 11. 選択問題 ④と⑤はどちらか一方を選択してマーク欄にマークし、選択した方の問題を解答すること。(マーク欄にマークがない場合は採点されない)
 12. 辞書機能、計算機能をもつものを使用してはならない。
 13. 携帯電話の電源は切っておくこと。身につけたり机の上に置いたりしてはならない。
 14. この問題冊子は試験終了後持ち帰ること。

解答上の注意

解答上の注意は裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。
ただし、指示があるまで問題冊子を開いてはならない。

1 以下の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ ~ $\boxed{\text{シ}}$ には入る数字を, $\boxed{\text{ス}}$, $\boxed{\text{セ}}$ には入る選択肢の番号を解答欄にマークしなさい.

問 1

$$\sum_{k=1}^8 \frac{1}{k(k+1)} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$$

問 2 $f(x) = 2(\log_3 x)^2 - \log_3 x^4 - 2$ ($1 \leq x \leq 27$) は, $x = \boxed{\text{ウ}}$ のとき
最小値 $-\boxed{\text{エ}}$ をとり, $x = \boxed{\text{オカ}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{キ}}$ をとる.

問 3 ある学年 100 人のテストの結果を次の表にまとめた.

点数	0	1	2	3	4	5	計
人数	20	7	15	8	23	27	100

これら 100 人の点数の最頻値 (モード) は $\boxed{\text{ク}}$, 中央値 (メジアン) は $\boxed{\text{ケ}}$, $\boxed{\text{コ}}$ である. また, 平均値は $\boxed{\text{サ}}$, $\boxed{\text{シ}}$ である. 小数第 2 位以下が発生した場合は小数第 2 位を四捨五入しなさい.

問 4 実数 x に関する 2 つの条件

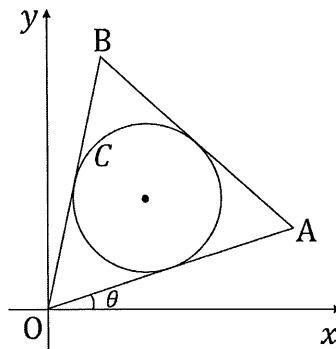
$$p: x = 2, \quad q: |x| = 2$$

について, p, q の否定をそれぞれ \bar{p}, \bar{q} とする.

このとき, p は q であるための $\boxed{\text{ス}}$. また, \bar{p} は \bar{q} であるための $\boxed{\text{セ}}$.

- ① 必要十分条件である ② 必要条件でも十分条件でもない
③ 必要条件だが十分条件でない ④ 十分条件だが必要条件でない

2 図のように、原点を O とする xy 平面上に
 1 辺の長さが a の正三角形 OAB がある。辺 OA
 が x 軸の正の向きとなす角度を θ とする。正三
 角形 OAB の内接円を C とする。以下の空欄
 \square ア ~ \square タ に入る数字を解答欄にマークしな
 さい。



問1 \vec{OA} と \vec{OB} の内積は、 $\frac{a^{\square \text{ア}}}{\square \text{イ}}$ である。

また、正三角形 OAB の面積は $\frac{\sqrt{\square \text{ウ}}}{\square \text{エ}} a^{\square \text{オ}}$ である。

問2 円 C の半径を r 、中心の座標を (x_0, y_0) とすると、 $r = \frac{\sqrt{\square \text{カ}}}{\square \text{キ}} a$,

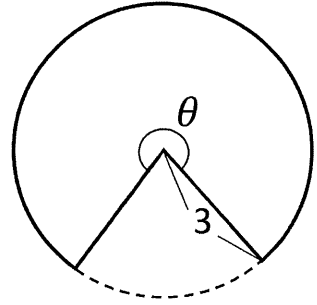
$$x_0 = \frac{a(\square \text{ク} \cos \theta - \sqrt{\square \text{ケ}} \sin \theta)}{\square \text{コ}}, \quad y_0 = \frac{a(\square \text{サ} \sin \theta + \sqrt{\square \text{シ}} \cos \theta)}{\square \text{ス}}$$

である。

問3 $\theta = 15^\circ$ のとき、点 A と点 B を通る直線の方程式は、

$$y = -\square \text{セ} x + \frac{\sqrt{\square \text{ソ}}}{\square \text{タ}} a \text{ である。}$$

- 3 図のように、半径 3 の円形の紙から中心角 θ の扇形を切り取り、直円錐の側面をつくる。以下の空欄 $\square{\text{ア}}$ ~ $\square{\text{セ}}$ に入る数字を解答欄にマークしなさい。



問 1 直円錐の底面の半径 a を高さ h で表すと、

$$a = \left(\square{\text{ア}} - h^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

問 2 直円錐の体積 V を高さ h で表すと、

$$V = \frac{\pi}{3} \left(\square{\text{ウ}} h^{\square{\text{エ}}} - h^{\square{\text{オ}}} \right)$$

問 3 直円錐の体積が最大となる時の高さ h_0 は $h_0 = \sqrt{\square{\text{カ}}}$ 、切り取った扇形

の中心角 θ は $\frac{\square{\text{キ}} \sqrt{\square{\text{ク}}}}{\square{\text{ケ}}} \pi$ である。

問 4 直円錐の高さが問 3 で h_0 であるとき、直円錐に内接する円柱の体積の最

大値は $\frac{\square{\text{コ}} \sqrt{\square{\text{サ}}}}{\square{\text{シ}}} \pi$ 、そのときの円柱の高さは $\frac{\sqrt{\square{\text{ス}}}}{\square{\text{セ}}}$ である。ただし、直円錐の底面と円柱の一つの底面は同一平面上にあるものとする。

選択問題 (4 か 5 の, いずれか1問を選んで解答しなさい. 解答用紙に選んだ問題の番号をマークしなさい.)

4 空欄 ア ~ ス に入る数字を解答欄にマークしなさい.

問1 1個のさいころを2回投げ, 出た目の和が 8 以上となる確率は $\frac{\text{ア}}{\text{イウ}}$ で

ある.

問2 1個のさいころを2回投げ, 1回目に出た目を a , 2回目に出た目を b とする. $x^2 - ax + b$ を因数分解したときに $x - 1$ を因数にもつ確率は,

$\frac{\text{エ}}{\text{オカ}}$ である.

問3 1個のさいころを3回投げ, 少なくとも1回は出た目が 3 の倍数である

確率は $\frac{\text{キク}}{\text{ケコ}}$ である.

問4 1個のさいころを3回投げ, 出た目の積が 16 の倍数である確率は $\frac{\text{サ}}{\text{シス}}$

である.

5 実数 x に対して, $f(x) = (1 - x^2)e^{-x}$ とする.

以下の空欄 [ア] ~ [ソ] に入る数字を解答欄にマークしなさい.

問1 $f(0) =$ [ア] である.

また, $f(x) = 0$ のとき, $x =$ [イ], $-$ [ウ] である.

問2 小数第2位を四捨五入した e の近似値 [エ].7 を用いて, $f(2)$ を計算し, 小数第2位を四捨五入すると, $-0.$ [オ] である.

問3 $f'(x) = (x^2 -$ [カ] $x -$ [キ] $)e^{-x}$ である.

問4 $f(x)$ は $x =$ [ク] $-\sqrt{}$ [ケ] で極大値, $x =$ [コ] $+\sqrt{}$ [サ] で極小値をとる.

問5 $\int f(x)dx = (x^2 +$ [シ] $x +$ [ス] $)e^{-x} + C$ である.

ただし, C は積分定数である.

問6 $y = f(x)$ のグラフの $y \geq 0$ の部分と x 軸で囲まれた図形の面積は, [セ] e^{-} [ソ] である.

解答上の注意

1. 分数形で解答するときは、既約分数（それ以上約分ができない分数）で答えなさい。

たとえば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはならない。

2. 根号を含む形で解答するときは、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

たとえば、 $\sqrt{\text{ア}}\sqrt{\text{イ}}$ 、 $\frac{\sqrt{\text{ウ}}}{\text{エ}}$ に $4\sqrt{2}$ 、 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ 、 $\frac{\sqrt{8}}{4}$ のように

答えてはならない。

3. たとえば、 $-\text{オ}x^2 + \text{カ}$ に $-x^2 + 3$ と答えるときは、 オ に 1 を カ に 3 をマークし

なさい。また $x^{\text{キ}} - \text{ク}$ に $x - 3$ と答えるときは、 キ に 1 を ク に 3 をマークしなさい。

また $\frac{\text{ケ}}{\text{コ}}\pi$ に $\frac{\pi}{3}$ と答えるときは、 ケ に 1 を コ に 3 をマークしなさい。