

# 数 学 問 題

(この問題は5題からなっている)

## 受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはならない。
2. 解答用紙への記入には、必ず**HBの黒鉛筆**を使用しなさい。
3. 解答用紙を折り曲げたり、破いたり、汚したりしてはならない。採点が不可能になる。
4. 合図があったら、解答用紙の左上部の空欄に**受験番号**を記入しなさい。
5. 試験中にページの脱落等気づいた場合は、手をあげて監督者に知らせなさい。  
解答用紙の汚れ等気づいた場合も、同様に知らせなさい。
6. 解答は解答用紙の指定された場所に記入し、その他の部分には何も書いてはならない。裏面にも何も書いてはならない。
7. 解答にあたっては、マークすることを要求された欄を  
マーク例に従ってぬりつぶしなさい。
8. 一度記入したマークを消す場合には、消しゴムできれいに  
消さねばならない。×をつけても消したことにはならない。
9. 計算や下書きは、問題冊子の余白を利用しなさい。
10. 計算機を使用してはならない。また、**携帯電話やスマートフォンなどの通信機器は、必ず電源を切って鞆の中にしまいなさい。**
11. 不正行為に対しては厳正に対処する。不正行為を行った場合、その時点で数学  
の受験を停止とする。さらに、化学および英語の受験を無効とする。
12. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰りなさい。

マーク例

| 良 | 不良               |
|---|------------------|
| ● | ● <del>×</del> ○ |

### 解答上の注意

解答上の注意は裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、指示があるまで問題冊子を開いてはならない。

# 問題 1

- (1) ふたつのサイコロ A, B がある。A は偶数の目が出る確率が  $\frac{3}{4}$ , 奇数の目が出る確率が  $\frac{1}{4}$  といういびつなサイコロであり, B はどの目も等しい確率で出るサイコロである。このサイコロを同時に振ったとき, A と B の目の積が偶数になる確率は  $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$  であり, A と B の目の和が偶数になる確率は  $\frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$  である。

- (2)  $r$  を正の実数とする。座標平面上の点集合  $A, B$  を次のように定義する。

$$A = \{(x, y) \mid x^2 + (y - 3)^2 \leq 1\}, \quad B = \{(x, y) \mid (x + 4)^2 + y^2 \leq r^2\}.$$

$A \cap B = \emptyset$  であるような  $r$  の値の範囲は  $0 < r < \text{オ}$  である。座標平面上の点 P に対し,  $P \in B$  であることが  $P \in A$  であるための必要条件になるような  $r$  の最小値は  $r = \text{カ}$  である。

- (3) 整式  $3x^3 + 4x^2 + 9x$  を整式  $x^2 + x + 2$  で割った余りは  $\text{キ}x + \text{ク}$  である。方程式  $x^2 + x + 2 = 0$  のひとつの解を  $\alpha$  とするとき,  $3\alpha^3 + 4\alpha^2 + 9\alpha$  の値の実部は  $\text{ケ}$  である。

- (4)  $x$  を自然数とする。 $m$  を 0 以上の整数,  $n$  を 0 以上 6 以下の整数として,  $x^2$  を  $7m + n$  の形に表すとき,  $n$  がとり得る値の最大値は  $\text{コ}$  である。



## 問題 2

- (1) 面積が  $3\sqrt{7}$  である三角形 ABC において,  $\sin A : \sin B : \sin C = 6 : 5 : 4$  である

とき,  $\cos A = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ ,  $AC = \boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}$  である。

- (2)  $0 \leq x < 2\pi$  のとき,  $\sin 6x = \cos 4x$  を満たす  $x$  の値は全部で  $\boxed{\text{ソタ}}$  個ある。

ただし, 答が 1 桁の場合はソには 0 をマークせよ。



### 問題 3

$\log_{10} 2 = 0.301$ ,  $\log_{10} 3 = 0.477$ ,  $\log_{10} 7 = 0.845$  として、以下の各問に答えよ。

(1) 不等式

$$\boxed{\text{チ}} \times 10^{\boxed{\text{ツ}}} < 2^7 \times 7^2 \times \sqrt[5]{10^2} < \boxed{\text{テ}} \times 10^{\boxed{\text{ツ}}}$$

の空欄に入る 0 から 9 までの整数値を答えよ。ただし、 $\boxed{\text{チ}}$  にはその最大の値、

$\boxed{\text{テ}}$  にはその最小の値を答えよ。2 か所ある 10 の指数  $\boxed{\text{ツ}}$  には同じ値が入る。

(2) 不等式

$$\boxed{\text{ト}} \times 10^{\boxed{\text{ナ}}} < 3^5 \times 5^3 \times \sqrt[7]{10^3} < \boxed{\text{ニ}} \times 10^{\boxed{\text{ナ}}}$$

の空欄に入る 0 から 9 までの整数値を答えよ。ただし、 $\boxed{\text{ト}}$  にはその最大の値を答

えよ。2 か所ある 10 の指数  $\boxed{\text{ナ}}$  には同じ値が入る。

(3)  $3^5 \times 5^3 \times \sqrt[7]{10^3} - 2^7 \times 7^2 \times \sqrt[5]{10^2}$  の整数部分は  $\boxed{\text{ヌ}}$  桁である。



#### 問題 4

$a$  を正の実数として、関数  $f(x) = x(x - a)^2$  を考える。以下の各問に答えよ。

(1)  $f(x)$  は  $x = \boxed{\text{ネ}}$   $a$  で極小値  $\boxed{\text{ノ}}$  を、 $x = \frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}} a$  で極大値  $\frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘホ}}} a^3$  をとる。

(2)  $y = f(x)$  のグラフと  $x$  軸とで囲まれる部分の面積は  $\frac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミム}}} a^4$  である。

(3)  $f(x)$  が極大となる  $y = f(x)$  のグラフ上の点を  $P$  とする。 $P$  において  $y = f(x)$  のグラフに引いた接線が再びグラフと交わる点を  $Q$  とするとき、 $Q$  の  $x$  座標は  $\frac{\boxed{\text{メ}}}{\boxed{\text{モ}}} a$  である。

(4) 座標平面上の原点を  $O$  とする。(3) の  $P, Q$  について、線分  $OP, OQ$  が  $x$  軸の正の向きとなす角をそれぞれ  $\alpha, \beta$  とするとき、 $\alpha = 2\beta$  であるならば  $a^4 = \frac{\boxed{\text{ヤユ}}}{\boxed{\text{ヨ}}}$  である。





## 問題 5

座標空間の  $xy$  平面上に点  $A(-\sqrt{2}, 4, 0)$  および点  $B$  がある。  $B$  は  $xy$  平面上の第 1 象限にあるものとする。  $\overrightarrow{OA}$  と  $\overrightarrow{OB}$  が垂直で  $|\overrightarrow{OB}| = 6$  であるとき、以下の各問に答えよ。

- (1) 点  $B$  の座標は

$$\left( \boxed{\text{ラ}} \sqrt{\boxed{\text{リ}}}, \boxed{\text{ル}}, 0 \right)$$

である。

- (2) 三角形  $OAB$  の外接円の中心  $P$  の座標は

$$\left( \frac{\boxed{\text{レ}}}{\boxed{\text{ロ}}} \sqrt{\boxed{\text{ワ}}}, \boxed{\text{ヲ}}, 0 \right)$$

であり、その半径  $r$  は

$$r = \frac{\boxed{\text{ン}}}{\boxed{\text{あ}}} \sqrt{\boxed{\text{い}}}$$

となる。

- (3) (2) の点  $P$  を中心とし、(2) で求めた  $r$  を半径とする球と  $yz$  平面との交わりとして得られる円の半径は  $\boxed{\text{う}}$  である。

- (4) (3) の円上の点  $Q$  と点  $A$  との距離  $QA$  の最小値は  $\sqrt{\boxed{\text{え}}}$  である。



## 解答上の注意

1. 問題の文中  $\boxed{*アイウ}$  などの\*にはプラス、マイナスの符号が1つ対応し、ア、イ、あ、い、…などの文字にはそれぞれ0～9の数字が1つずつ対応する。

例1  $\boxed{*アイウ}$  に235と答えるときは、+235としてマークしなさい。

|   |                                                            |                         |                         |                                    |                                    |                         |                                    |                         |                         |                         |                         |
|---|------------------------------------------------------------|-------------------------|-------------------------|------------------------------------|------------------------------------|-------------------------|------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| ア | <input checked="" type="radio"/> ⊕ <input type="radio"/> ⊖ | <input type="radio"/> 0 | <input type="radio"/> ① | <input checked="" type="radio"/> ② | <input type="radio"/> ③            | <input type="radio"/> ④ | <input type="radio"/> ⑤            | <input type="radio"/> ⑥ | <input type="radio"/> ⑦ | <input type="radio"/> ⑧ | <input type="radio"/> ⑨ |
| イ |                                                            | <input type="radio"/> 0 | <input type="radio"/> ① | <input type="radio"/> ②            | <input checked="" type="radio"/> ③ | <input type="radio"/> ④ | <input type="radio"/> ⑤            | <input type="radio"/> ⑥ | <input type="radio"/> ⑦ | <input type="radio"/> ⑧ | <input type="radio"/> ⑨ |
| ウ |                                                            | <input type="radio"/> 0 | <input type="radio"/> ① | <input type="radio"/> ②            | <input type="radio"/> ③            | <input type="radio"/> ④ | <input checked="" type="radio"/> ⑤ | <input type="radio"/> ⑥ | <input type="radio"/> ⑦ | <input type="radio"/> ⑧ | <input type="radio"/> ⑨ |

2. 答が0のときは、以下の例に従ってマークしなさい。

問題文中に  $\boxed{*エ}$  と  $\boxed{エ}$  の2通りの場合がある。

例2.1  $\boxed{*エ}$  に0と答えるときは、+0としてマークしなさい。

|   |                                                            |                                    |                         |                         |                         |                         |                         |                         |                         |                         |                         |
|---|------------------------------------------------------------|------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| エ | <input checked="" type="radio"/> ⊕ <input type="radio"/> ⊖ | <input checked="" type="radio"/> 0 | <input type="radio"/> ① | <input type="radio"/> ② | <input type="radio"/> ③ | <input type="radio"/> ④ | <input type="radio"/> ⑤ | <input type="radio"/> ⑥ | <input type="radio"/> ⑦ | <input type="radio"/> ⑧ | <input type="radio"/> ⑨ |
|---|------------------------------------------------------------|------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|

例2.2  $\boxed{エ}$  に0と答えるときは、0のみにマークしなさい。

|   |  |                                    |                         |                         |                         |                         |                         |                         |                         |                         |                         |
|---|--|------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| エ |  | <input checked="" type="radio"/> 0 | <input type="radio"/> ① | <input type="radio"/> ② | <input type="radio"/> ③ | <input type="radio"/> ④ | <input type="radio"/> ⑤ | <input type="radio"/> ⑥ | <input type="radio"/> ⑦ | <input type="radio"/> ⑧ | <input type="radio"/> ⑨ |
|---|--|------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|

3. 分数形で解答するときは、既約分数(それ以上約分ができない分数)で答えなさい。整数を答えるときは、分母に1をマークしなさい。

例3  $\frac{\boxed{*オ}}{\boxed{カ}}$  に-5と答えるときは、 $\frac{-5}{1}$ であるから、以下のようにマークしなさい。

|   |                                                                       |                         |                                    |                         |                         |                         |                                    |                         |                         |                         |                         |
|---|-----------------------------------------------------------------------|-------------------------|------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| オ | <input checked="" type="radio"/> ⊕ <input checked="" type="radio"/> ⊖ | <input type="radio"/> 0 | <input type="radio"/> ①            | <input type="radio"/> ② | <input type="radio"/> ③ | <input type="radio"/> ④ | <input checked="" type="radio"/> ⑤ | <input type="radio"/> ⑥ | <input type="radio"/> ⑦ | <input type="radio"/> ⑧ | <input type="radio"/> ⑨ |
| カ |                                                                       | <input type="radio"/> 0 | <input checked="" type="radio"/> ① | <input type="radio"/> ② | <input type="radio"/> ③ | <input type="radio"/> ④ | <input type="radio"/> ⑤            | <input type="radio"/> ⑥ | <input type="radio"/> ⑦ | <input type="radio"/> ⑧ | <input type="radio"/> ⑨ |

4. 根号を含む形で解答するときは、根号の中の自然数が最小となる形で答えなさい。たとえば、 $\boxed{キ}\sqrt{\boxed{ク}}$ 、 $\sqrt{\frac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}}$  に  $4\sqrt{2}$ 、 $\frac{\sqrt{2}}{2}$  と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ 、 $\frac{\sqrt{8}}{4}$  のように答えてはならない。