

数 学 問 題

(この問題は4題からなっている)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはならない。
2. 解答用紙への記入には、必ず**HBの黒鉛筆**を使用しなさい。
3. 解答用紙を折り曲げたり、破いたり、汚したりしてはならない。採点が不可能になる。
4. 合図があったら、解答用紙の左上部の空欄に**受験番号**を記入しなさい。
5. 試験中にページの脱落等気づいた場合は、手をあげて監督者に知らせなさい。解答用紙の汚れ等気づいた場合も、同様に知らせなさい。
6. 解答は解答用紙の指定された場所に記入し、その他の部分には何も書いてはならない。裏面にも何も書いてはならない。
7. 解答にあたっては、マークすることを要求された欄をマーク例に従ってぬりつぶしなさい。
8. 一度記入したマークを消す場合には、消しゴムできれいに消さねばならない。×をつけても消したことにはならない。
9. 計算や下書きは、問題冊子の余白を利用しなさい。
10. 計算機を使用してはならない。また、**携帯電話やスマートフォンなどの通信機器は、必ず電源を切って鞆の中にしまいなさい。**
11. 不正行為に対しては厳正に対処する。不正行為を行った場合、その時点で数学の受験を停止とする。さらに、化学の試験も受験できない。
12. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰りなさい。

マーク例

良	不良
●	● ⊗ ⊙

解答上の注意

解答上の注意は裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、指示があるまで問題冊子を開いてはならない。

問題 1

- (1) 赤玉、白玉、青玉がそれぞれ 3 個、5 個、2 個入った箱から 2 個の玉を同時に取り出す。取り出した玉が 2 個とも白玉である確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ であり、取り出した玉の色が 2 個とも同じである確率は $\frac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オカ}}}$ である。

- (2) $\cos x = \cos y = 1$ であることは $\sin(x + y) = \sin x + \sin y$ であるための $\boxed{\text{キ}}$ 。

$\boxed{\text{キ}}$ には次の選択肢の中からひとつ選んでその番号をマークせよ。

- ① 必要条件であるが十分条件ではない
- ② 十分条件であるが必要条件ではない
- ③ 必要十分条件である
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

- (3) O を原点とする座標平面において、第 1 象限に中心をもち、2 点 O および $A(0, \sqrt{2})$ を通る円 C がある。 C 上の第 1 象限にある点 P に対し、 $\angle OPA = \theta$ とおく。 $\tan \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$ であるとき、 C の方程式は

$$x^2 + y^2 - \sqrt{\boxed{\text{ク}}} x - \sqrt{\boxed{\text{ケ}}} y = 0$$

である。

問題 2

(1) 不等式

$$\frac{k-1}{k} < \log_{10} 6 < \frac{k}{k+1}$$

を満たす自然数 k の値は である。また、 6^{20} は 桁の整数である。

(2) 初項と公差がともに正の実数であるようなどんな等差数列 $\{a_n\}$ に対しても、

$$a_1^2 - a_2^2 + a_3^2 - a_4^2 + \cdots + a_{19}^2 - a_{20}^2 = \frac{\text{スセ}}{\text{ソタ}} \cdot (a_1^2 - a_{20}^2)$$

が成り立つ。左辺は、各項の 2 乗を符号を交代させながら第 20 項までとった和である。

(3) 整数 a に対し、

$$\frac{a+7}{a^2+1}$$

が再び整数になるような a の値は全部で 個ある。

問題 3

関数 $f(x) = x^3 - 3x$ に関して以下の各問に答えよ。

(1) $f(x)$ は $x = -$ で極大値 をとり, $x =$ で極小値 $-$ をとる。

(2) $f(x) =$ となる最大の x の値は $x =$ であり,

$$\int_1^{\text{ニ}} f(x) dx = \frac{\text{*又}}{\text{ネ}}$$

である。

(3) 実数 a に対し, $x \leq a$ における $f(x)$ の最大値は,

$$a < -$$
 $\text{ または } a >$ $\text{ のとき, } \text{*ヒ} a^3 + \text{*フ} a,$

$$-$$
 $\leq a \leq$ $\text{ のとき, } \text{へ}$

となる。

(4) b を実数とする。 $x \leq b$ において常に $f(x) \leq 2b$ が成り立つような b の範囲は

$$b \leq -\sqrt{\text{ホ}} \text{ または } \text{マ} \leq b \leq \sqrt{\text{ミ}}$$

である。

問題 4

平面上に $OA = 4$, $OB = 2$ の三角形 OAB がある。辺 OA を $1:2$ に内分する点を M , 辺 OB の中点を N とし, 直線 MN と辺 AB の延長との交点を P とする。

(1) \overrightarrow{MN} を \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} で表すと,

$$\overrightarrow{MN} = -\frac{\boxed{\Delta}}{\boxed{\times}} \overrightarrow{OA} + \frac{\boxed{\text{モ}}}{\boxed{\text{ヤ}}} \overrightarrow{OB}$$

となる。

(2) \overrightarrow{OP} を \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} で表すと,

$$\overrightarrow{OP} = -\boxed{\text{ユ}} \overrightarrow{OA} + \boxed{\text{ヨ}} \overrightarrow{OB}$$

となる。

(3) $\overrightarrow{MP} \perp \overrightarrow{OB}$ のとき, 内積 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \boxed{\text{ラ}}$ である。また, このとき $\triangle OAB$ の面積

は $\sqrt{\boxed{\text{リ}}}$ である。

余 白

余 白

解答上の注意

1. 問題の文中 $\boxed{*アイウ}$ などの*にはプラス、マイナスの符号が1つ対応し、ア、イ、あ、い、…などの文字にはそれぞれ0～9の数字が1つずつ対応する。

例1 $\boxed{*アイウ}$ に235と答えるときは、+235としてマークしなさい。

ア	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	0	1	<input checked="" type="radio"/>	3	4	5	6	7	8	9
イ			0	1	2	<input checked="" type="radio"/>	4	5	6	7	8	9
ウ			0	1	2	3	4	<input checked="" type="radio"/>	6	7	8	9

2. 答が0のときは、以下の例に従ってマークしなさい。

問題文中に $\boxed{*工}$ と $\boxed{工}$ の2通りの場合がある。

例2.1 $\boxed{*工}$ に0と答えるときは、+0としてマークしなさい。

工	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	----------------------------------	-----------------------	----------------------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---

例2.2 $\boxed{工}$ に0と答えるときは、0のみにマークしなさい。

工		<input checked="" type="radio"/>	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	--	----------------------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---

3. 分数形で解答するときは、既約分数(それ以上約分ができない分数)で答えなさい。整数を答えるときは、分母に1をマークしなさい。

例3 $\frac{\boxed{*オ}}{\boxed{カ}}$ に-5と答えるときは、 $\frac{-5}{1}$ であるから、以下のようにマークしなさい。

オ	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	0	1	2	3	4	<input checked="" type="radio"/>	6	7	8	9
カ			0	<input checked="" type="radio"/>	2	3	4	5	6	7	8	9

4. 根号を含む形で解答するときは、根号の中の自然数が最小となる形で答えなさい。たとえば、 $\boxed{キ}\sqrt{\boxed{ク}}$ 、 $\frac{\sqrt{\boxed{ケ}}}{\boxed{コ}}$ に $4\sqrt{2}$ 、 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ 、 $\frac{\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはならない。