

数 学 問 題

(試験時間 12 : 00 ~ 13 : 00)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはならない。
 2. この問題冊子は 16 ページある。
 3. 試験中に問題冊子のページの脱落等に気付いた場合は、手をあげて監督者に知らせること。
 4. 解答用紙に受験番号を記入し、マーク欄にマークすること。また、氏名とふりがなを記入すること。
 5. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、汚したりしないこと。
 6. 解答用紙への記入には必ず HB の黒鉛筆またはシャープペンシル (HB, 0.5 mm 芯以上) を用いること。他の筆記用具を用いると、正確に読み取れない場合がある。
 7. 解答にあたっては、解答用紙の該当する箇所を
右に示す例に従ってぬりつぶすこと。
例えば 2 にマークするときは、次のように
①●③とする。
- | | |
|---|-------|
| 例 | |
| 良 | 不良 |
| ● | ● ⊗ ● |
8. 一度記入したマークを消す場合には、消しゴムできれいに消すこと。
×をつけても消したことはない。また消しゴムのくずを完全に除去しておくこと。
 9. 計算には問題冊子の余白を使用すること。
 10. 解答用紙の指定された場所以外には何も書いてはならない。
 11. 選択問題 4 と 5 はどちらか一方を選択してマーク欄にマークし、選択した方の問題を解答すること。(マーク欄にマークがない場合は採点されない)
 12. 辞書機能、計算機能をもつものを使用してはならない。
 13. 携帯電話の電源は切っておくこと。身につけたり机上に置いたりしてはならない。
 14. この問題冊子は試験終了後持ち帰ること。

解答上の注意

解答上の注意は裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、指示があるまで問題冊子を開いてはならない。

1 以下の空欄 [ア] ~ [チ] に入る数字を解答欄にマークしなさい.

問1 整式 $P(x)$ を $x+1$ で割った余りが 5, $x-7$ で割った余りが 3 であるとき,

$P(x)$ を $(x+1)(x-7)$ で割った余りは $-\frac{1}{\text{ア}}x + \frac{\text{イウ}}{\text{エ}}$ である.

問2 第3項が 4, 第4項が b ($b > 0$), 第5項が 64 の等比数列の公比は [オ]

であり, $b = \text{カキ}$ である. この数列の初項から第 n 項までの和は,

$\frac{\text{ク}^n - 1}{\text{ケコ}}$ である.

問3 xy 平面において, 直線 $y=3$ に垂直で, 大きさが 2 で, 負の成分をもた

ないベクトルの成分は (サ , シ) である.

問4 200 人のテストの点数 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{200}$ において, 以下の 2 つの式が成立

するとき, このテストの点数の平均値は [スセ], 分散は [ソタチ] である.

$$\sum_{i=1}^{200} x_i = 12400$$

$$\sum_{i=1}^{200} x_i^2 = 813800$$

余 白

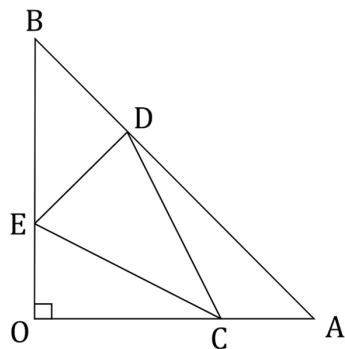
- 2 三角形 OAB は $\angle AOB = 90^\circ$, $OA = OB = 3$ を満たす. $0 < t < 1$ のとき, 3 辺 OA, AB, BO を $t : (1-t)$ の比に分ける点を, それぞれ C, D, E とする. 以下の空欄 ア ~ ハ に入る数字を解答欄にマークしなさい.

問1 $t = \frac{2}{3}$ のとき,

$$\vec{OD} = \frac{\text{ア}}{\text{イ}} \vec{OA} + \frac{\text{ウ}}{\text{エ}} \vec{OB}$$

$$\vec{CE} = -\frac{\text{オ}}{\text{カ}} \vec{OA} + \frac{\text{キ}}{\text{ク}} \vec{OB}$$

$$\vec{OD} \cdot \vec{CE} = \text{ケ}$$



問2 $|\vec{OD}|^2 = \text{コサ} t^2 - \text{シス} t + \text{セ}$

問3 三角形 CDE の面積 S を t を用いて表わすと,

$$S = \frac{\text{ソタ}}{\text{チ}} t^2 - \frac{\text{ツテ}}{\text{ト}} t + \frac{\text{ナ}}{\text{ニ}}$$

である.

問4 $t = \frac{\text{ヌ}}{\text{ネ}}$ のとき, 問3で求めた S は最小値 $\frac{\text{ノ}}{\text{ハ}}$ をとる.

余 白

3 関数 $f(x) = x^3 - 6x^2 - 3ax + ab$ (a, b は定数) は極大値と極小値をもつ。
空欄 ~ に入る数字を解答欄にマークしなさい。

問1 定数 a のとり得る値の範囲は、 $a > -$ である。

問2 定数 a が問1の条件を満たすとき、 $f(x)$ は $x = p$ で極大、 $x = q$ で極小になる。このとき、 $p - q = -$ $\sqrt{a +$ である。

問3 $f(x)$ の極大値と極小値の差が 108 のとき、 $a =$ である。

以下の問4、問5では、 $a =$ とする。

問4 $f(x) = 0$ が異なる3個の実数解をもつときの定数 b のとり得る値の範囲は、
 $-$ $< b <$ である。

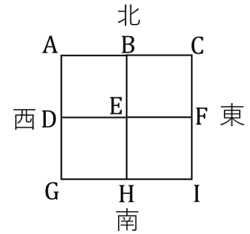
問5 $-2 \leq x \leq 2$ において $f(x)$ の最大値が 54 であるとき、 $b =$ であり、

この x の範囲内で $f(x)$ の最小値は である。

余 白

選択問題 (4) か (5) の, いずれか1問を選んで解答しなさい. 解答用紙に選んだ問題の番号をマークしなさい.)

4 図のように, 南北の3本の道と東西の3本の道が直交している. 交差点をA~Iとする. 隣接する交差点間の距離はすべて1とする. ある交差点にいるときに, さいころを投げて次の規則にしたがって行動する.



規則

- 1の目が出たら北へ1進む.
 - 2の目が出たら東へ1進む.
 - 3の目が出たら南へ1進む.
 - 4の目が出たら西へ1進む.
 - 5か6の目が出たら動かない.
 - 指定の方向に道がない場合は動かない.
- (たとえば, Bにいて, 1の目が出た場合は動かない.)

花子さんは最初, 交差点Aにいる. さいころを1回投げて規則に従って行動した後, 花子さんがいる交差点を P_1 とする.

花子さんが P_1 にいて, さらにさいころを1回投げて規則に従って行動した後, 花子さんがいる交差点を P_2 とする. 同様の方法で P_3, P_4 を定義する.

以下の空欄 [ア] ~ [ス] に入る数字を解答欄にマークしなさい.

問1 $P_1 = B$ である確率は $\frac{1}{\text{ア}}$ である.

問2 $P_2 = E$ である確率は $\frac{1}{\text{イウ}}$, $P_2 = A$ である確率は $\frac{1}{\text{エ}}$ である.

花子さんがさいころを4回投げたときの3点 A, P_2, P_4 を結んだ線分が三角形を作るとき, その面積を S , 三角形の外接円の直径を d とする. 三角形を作らない場合 (たとえば3点が一直線上にあるような場合) は, $S = 0, d = 0$ とする.

問3 S がとり得る値は [オ] 通りあり, S の最大値 S_1 は [カ] である. 花子さんがさいころを4回投げたとき, $S = S_1$ となる確率は $\frac{1}{\text{キクケ}}$ である.

問4 d がとり得る値は [コ] 通りある. d の最大値は $\sqrt{\text{サシ}}$ であり, 3番目に大きい値は $\sqrt{\text{ス}}$ である.

余 白

5 以下の空欄 ～ に入る数字を解答欄にマークし, ～ に入る選択肢の番号を解答欄にマークしなさい.

問1

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = \text{ア} \qquad (2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\sin 5x} = \frac{\text{イ}}{\text{ウ}}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\text{エ}\sqrt{x}-\text{オ}}{x-1} = 2$$

問2 平面において極座標 (r, θ) を用いた方程式のうち, 直線を表すものは である.

の選択肢

- ① $r^2 \sin 2\theta = 2$ ② $r = 2 \sin \theta$ ③ $r(\sin \theta - \cos \theta) = 1$
 ④ $r = 2(\cos \theta + \sin \theta)$ ⑤ $r = \frac{4}{1+\cos \theta}$

問3 C は定数とする. $\log x$ は自然対数をあらわす.

$$(1) \int \log x \, dx = \text{キ} - \text{ク} + C$$

$$(2) \int (\log x)^2 dx = \text{ケ} (\text{コ})^2 - 2 \text{サ} + 2 \text{シ} + C$$

(3) 曲線 $y = e^x$ を K とし, K 上の点 $(1, e)$ における接線を ℓ とする.

K, ℓ , および y 軸で囲まれた図形の面積は $\frac{\text{ス}}{\text{セ}} - \text{ソ}$ である.

また, この図形を y 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積は

$$2\pi \left(\text{タ} - \frac{\text{チ}}{\text{ツ}} \right) \text{ である.}$$

～ の選択肢 (同じ選択肢を複数回選んでもよい)

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ π
 ⑤ e ⑥ x ⑦ e^x ⑧ $\log x$ ⑨ $x \log x$

余 白

余 白

余 白

解答上の注意

1. 分数形で解答するときは、既約分数（それ以上約分ができない分数）で答えなさい。

たとえば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはならない。

2. 根号を含む形で解答するときは、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

たとえば、 $\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$ 、 $\frac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$ に $4\sqrt{2}$ 、 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ 、 $\frac{\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはならない。

3. たとえば、 $-\boxed{\text{オ}}x^2+\boxed{\text{カ}}$ に $-x^2+3$ と答えるときは、 $\boxed{\text{オ}}$ に 1 を $\boxed{\text{カ}}$ に 3 をマークし

なさい。また $x^{\boxed{\text{キ}}}-\boxed{\text{ク}}$ に $x-3$ と答えるときは、 $\boxed{\text{キ}}$ に 1 を $\boxed{\text{ク}}$ に 3 をマークしなさい。

また $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\pi$ に $\frac{\pi}{3}$ と答えるときは、 $\boxed{\text{ケ}}$ に 1 を $\boxed{\text{コ}}$ に 3 をマークしなさい。