

# 数 学 問 題

(試験時間 11 : 30～12 : 30)

## 受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはならない。
2. この問題冊子は12ページある。
3. 試験中に問題冊子のページの脱落等に気付いた場合は、手をあげて監督者に知らせること。
4. 解答用紙に受験番号を記入し、マーク欄にマークすること。また、氏名とふりがなを記入すること。
5. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、汚したりしないこと。
6. 解答用紙への記入には必ずHBの黒鉛筆またはシャープペンシル(HB, 0.5 mm 芯以上)を用いること。他の筆記用具を用いると、正確に読み取れない場合がある。
7. マーク式の解答にあたっては、解答用紙の該当する箇所を右に示す例に従ってぬりつぶすこと。例えば2にマークするときは、①●③とする。
8. 一度記入したマークを消す場合には、消しゴムできれいに消すこと。×をつけても消したことはない。また消しゴムのくずを完全に取り除いておくこと。
9. 解答がマーク式でないものについては、指定の箇所に解答を記入すること。
10. 解答用紙の指定された場所以外には何も書いてはならない。
11. 選択問題④と⑤はどちらか一方を選択してマーク欄にマークし、選択した方の問題を解答すること(マーク欄にマークがない場合は採点されない)。
12. 計算には問題冊子の余白を使用すること。
13. 辞書機能、計算機能をもつものを使用してはならない。
14. 携帯電話の電源は切っておくこと。身につけたり机の上に置いたりしてはならない。
15. この問題冊子は試験終了後持ち帰ること。

例

良	不良
●	● <del>⊗</del> ●

### 解答上の注意

解答上の注意は裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、指示があるまで問題冊子を開いてはならない。

1 以下の空欄ア～チに入る数字をそれぞれ解答欄にマークしなさい。

問 1.  $3^{2024}$  はアイウ桁の整数で、最高位の数字はエである。ただし  $\log_{10} 2 = 0.3010$ ,  $\log_{10} 3 = 0.4771$  とする。

問 2.  $0 \leq x < \pi$  において  $f(x) = 5\cos^2 x + 5\cos x \sin x + 2$  とする。

$f(x) = \frac{\text{オ}}{\text{カ}} + \frac{\text{キ}\sqrt{\text{ク}}}{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$  であるから、 $f(x)$  は  $x = \frac{\pi}{\text{ケ}}$  のとき最大値  $\frac{\text{コ} + \text{サ}\sqrt{\text{シ}}}{2}$  をと

り、 $x = \frac{\text{ス}}{\text{セ}}\pi$  のとき最小値  $\frac{\text{ソ} - \text{タ}\sqrt{\text{チ}}}{2}$  をとる。

2 以下の空欄ア～ソに入る数字をそれぞれ解答欄にマークしなさい。また問 2 については、解答用紙裏面の解答欄 A に記入しなさい。

問 1. 3 で割った余りが 1 になる 1000 以下の数を小さい順に並べた数列を  $\{a_n\}$ ,

4 で割った余りが 3 になる 1000 以下の数を小さい順に並べた数列を  $\{b_n\}$

とする。このとき  $\{a_n\}$  は アイウ 項からなり、一般項は  $a_n = \text{エ}n - \text{オ}$  である。また  $\{b_n\}$

の末項は カキク である。いま  $\{a_n\}, \{b_n\}$  に共通に含まれる数を小さい順に並べた数列

を  $\{c_n\}$  とするとき、 $\{c_n\}$  の一般項は  $c_n = \text{ケコ}n - \text{サ}$  と表される。

問 2.  $y = x^2$  と  $y = x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{16}{9}$  のグラフを図示しなさい (両グラフの共有点の座標や、各グラフと座標軸との共有点の座標も示すこと)。

問 3.  $f(x) = \begin{cases} x^2 & (x \leq \frac{2}{3}) \\ x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{16}{9} & (x > \frac{2}{3}) \end{cases}$  のとき、 $y = f(x)$  のグラフと  $x$  軸で囲まれた図形の

面積は  $\frac{\text{シス}}{\text{セソ}}$  である。

- 3 1 辺の長さが 1 の正四面体 OABC において、辺 OA を 1:2 に内分する点を P、辺 OC を 2:1 に内分する点を Q、辺 AB の中点を M とする。以下の空欄  $\square$  ~  $\square$  に入る数字をそれぞれ解答欄にマークしなさい。

問 1.  $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \vec{OB} \cdot \vec{OC} = \vec{OC} \cdot \vec{OA} = \frac{\square}{\square}$ ,  $\vec{OM} = \frac{\square}{\square} \vec{OA} + \frac{\square}{\square} \vec{OB}$  である。

問 2.  $\vec{MP} = -\frac{\square}{\square} \vec{OA} - \frac{\square}{\square} \vec{OB}$ ,  $\vec{MQ} = -\frac{\square}{\square} \vec{OA} - \frac{\square}{\square} \vec{OB} + \frac{\square}{\square} \vec{OC}$  である。

問 3.  $|\vec{MP}| = \frac{\sqrt{\square}}{\square}$ ,  $|\vec{MQ}| = \frac{\sqrt{\square}}{\square}$ ,  $\vec{MP} \cdot \vec{MQ} = \frac{\square}{\square}$  である。

問 4. 三角形 MPQ の面積は  $\frac{\sqrt{\square} \sqrt{\square}}{\square}$  である。

選択問題 (  4 か  5 の, いずれか1問を選んで解答しなさい. 解答用紙に選んだ問題の番号をマークしなさい.)

4 0~9の10個の数字から異なる2個の数字を選んで2桁の整数を作る. 以下の空欄  ア ~  三に入る数字をそれぞれ解答欄にマークしなさい.

問1. このような整数は全部で アイ個ある. これら アイ個の整数からなるデータを考えると, その平均値は $\frac{\text{ウエオ}}{\text{カ}}$ で, 最小値は キク, 最大値は ケコ, 中央値(メジアン)は サシである.

問2. 偶数は全部で スセ個でき, 奇数は全部で ソタ個できる.

問3. 3の倍数は全部で チツ個でき, その総和は テトナニである.

5 以下の空欄ア～カに入る選択肢の番号を解答欄にマークし、空欄キ～クに入る数字をそれぞれ解答欄にマークしなさい。

問 1.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x-6}{x^2-9}$  の値は、ア.

- アの選択肢：① 0 である    ② 1 である    ③ 2 である    ④ 3 である  
 ⑤  $\frac{1}{2}$  である    ⑥  $\frac{1}{3}$  である    ⑦ 存在しない

問 2.  $f(x) = e^{-x^2}$  とすると、 $y = f(x)$  のグラフはイに関して対称で、 $x = ウ$  のとき  $f(x)$  はエになる。また  $y = f(x)$  のグラフの変曲点の座標は(オ, カ)である。

イの選択肢：①  $x$  軸    ②  $y$  軸    ③ 直線  $y = x$     ④ 原点

ウ, オ, カの選択肢：① 0    ② 1    ③ 2    ④  $\sqrt{2}$     ⑤  $\frac{1}{2}$     ⑥  $\frac{1}{\sqrt{2}}$     ⑦  $e$     ⑧  $\frac{1}{e}$     ⑨  $\frac{1}{\sqrt{e}}$

エの選択肢：① 極大    ② 極小

問 3. 曲線  $y = x^3 - \frac{3\sqrt{2}}{2}x^2$  と  $x$  軸で囲まれた図形の面積は  $\frac{キク}{ケコ}$  である。

## 解答上の注意

1. 分数形で解答するときは、既約分数（それ以上約分ができない分数）で答えなさい。  
たとえば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはならない。
2. 根号を含む形で解答するときは、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。たとえば、 $\frac{\sqrt{\text{ウ}}}{\text{エ}}$ に $4\sqrt{2}$ 、 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ 、 $\frac{\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはならない。
3. たとえば、 $-\text{オ}x^2 + \text{カ}$ に $-x^2 + 3$ と答えるときは、 $\text{オ}$ に1を $\text{カ}$ に3をマークしなさい。また $x^{\text{キ}} - \text{ク}$ に $x - 3$ と答えるときは、 $\text{キ}$ に1を $\text{ク}$ に3をマークしなさい。また $\frac{\text{ケ}}{\text{コ}}\pi$ に $\frac{\pi}{3}$ と答えるときは、 $\text{ケ}$ に1を $\text{コ}$ に3をマークしなさい。