

数 学 問 題

(この問題は4題からなっている)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはならない。
2. 試験中に問題冊子のページの脱落等に気づいた場合は、手をあげて監督者に知らせなさい。
3. 解答用紙の記入には、必ず**HBの黒鉛筆**または**シャープペンシル(HB, 0.5 mm 芯以上)**を用いること。
4. 解答用紙を折り曲げたり、破いたり、汚したりしないこと。
5. 合図があったら**解答用紙に受験番号**を記入し、マーク欄に**マーク**すること。また、**氏名とふりがな**を記入すること。
6. 解答用紙の該当する箇所を**マーク例**に従ってぬりつぶしなさい。一度記入したマークを消す場合は、消しゴムできれいに消しなさい。
×をつけても消したことにはならない。
7. 解答用紙の指定された場所以外には何も書いてはならない。
8. 計算や下書きは、問題冊子の余白を利用しなさい。
9. 計算機を使用してはならない。また、**携帯電話やスマートフォンなどの通信機器は必ず電源を切り、鞆の中にしまいなさい。**
10. 不正行為には厳正に対処する。不正行為を行った場合は、その時点で受験を停止とする。
11. 試験終了後、この問題冊子を持ち帰りなさい。

マーク例

良	不良
●	● × ●

解答上の注意

解答上の注意を裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して読みなさい。
ただし、指示があるまで問題冊子を開いてはならない。

問題 1

- (1) a, b を正の実数とする。「 x, y を実数とすると、 $x^2 + y^2 < a$ ならば $x + y < 5$ である」が真の命題であるような a のとり得る値の範囲は $0 < a \leq \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

また、「 x, y を実数とすると、 $x + y < 5$ ならば $x < 2$ または $y < b$ である」が真の命題であるような b のとり得る値の範囲は $b \geq \boxed{\text{エ}}$ である。

- (2) $x_1 = 100$ として、数列 $\{x_n\}$ を漸化式

$$x_{n+1} = 10^{\frac{1}{1 - \log_{10} x_n}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定義する。 k を 2 以上の自然数とすると、 $x_k = x_1$ となる最小の k の値は $\boxed{\text{オ}}$ である。従って、 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{100}$ の中に有理数でない項は全部で $\boxed{\text{カキ}}$ 項ある。

- (3) x, y が実数全体を動くとき、 $(\log_2 81)^{\sin x}, (\log_{27} 4)^{\cos y}$ の最大値をそれぞれ α, β とおく。このとき $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

問題 2

- (1) 座標平面上に, $A(1, 0)$ を中心とする半径 1 の円と, 2 点 $B(0, 2)$, $C(-2, 0)$ がある。

この円周上を動く点 P があり, 動径 AP が x 軸の正の向きとなす角を θ ($0 \leq \theta < 2\pi$)

とする。 P の座標は

$$P \left(\boxed{\text{コ}} + \cos \theta, \sin \theta \right)$$

と書けるから, 内積 $\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PC}$ を $\sin \theta, \cos \theta$ の式で表すと

$$\boxed{\text{サ}} - \boxed{\text{シ}} \sin \theta + \boxed{\text{ス}} \cos \theta$$

となり, P が円周上を動くときの $\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PC}$ の最大値は $\boxed{\text{セ}} + \boxed{\text{ソ}} \sqrt{\boxed{\text{タ}}}$ となる。

- (2) 座標平面上の点 $A(4, 0)$ および $B(0, 2)$ を通る円 C 上に点 P がある。円 C の中

心は直線 $y = \boxed{*チ} x + \boxed{*ツ}$ 上にあり, $\angle APB = 90^\circ$ なら, C の方程式は

$$\left(x - \boxed{\text{テ}} \right)^2 + \left(y - \boxed{\text{ト}} \right)^2 = \boxed{\text{ナ}}$$
 である。

問題 3

θ を $0 < \theta < \pi$ を満たす定数として、 x の関数 $f(x) = x^3 - 3(\sin \theta)x^2 + \cos 2\theta$ を考える。

以下の各問に答えよ。

- (1) $f(x)$ は $x = \boxed{\text{ニ}}$ で極大値 $\cos 2\theta$ をとり、 $x = \boxed{\text{ヌ}}$ $\sin \theta$ で極小値 $\boxed{\text{ネ}} \sin^3 \theta + \boxed{\text{ノ}} \sin^2 \theta + \boxed{\text{ハ}}$ をとる。

- (2) (1) の極小値が 0 となるような θ のうちで最大のものは $\theta = \frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}} \pi$ である。

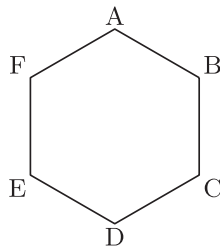
- (3) x の方程式 $f(x) = 0$ が異なる 3 つの実数解をもつための θ のとり得る値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{ヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}} \pi < \theta < \frac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}} \pi \quad \text{および} \quad \frac{\boxed{\text{ム}}}{\boxed{\text{メ}}} \pi < \theta < \frac{\boxed{\text{モ}}}{\boxed{\text{ヤ}}} \pi \text{ である。}$$

ただし、 $\frac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}} \pi < \frac{\boxed{\text{ム}}}{\boxed{\text{メ}}} \pi$ となるように答えよ。

問題 4

下図のような正六角形 ABCDEF からなる経路において、A から出発して 6 回の移動をする動点 P を考える。ここで 1 回の移動とは、ひとつの頂点から右回りまたは左回りにそれぞれ $\frac{1}{2}$ の確率で 1 辺の長さだけ進むことである。以下の各問に答えよ。



- (1) 最後に P が A に到達する確率は $\frac{\boxed{\text{ユヨ}}}{\boxed{\text{ラリ}}}$ である。
- (2) 最後に P が C に到達する確率は $\frac{\boxed{\text{ルレ}}}{\boxed{\text{ロワ}}}$ である。
- (3) 右回りの移動と左回りの移動をそれぞれ少なくとも 1 回以上行い、かつ途中で C を通って (C で折り返す場合を含む) 最後に P が A に到達する移動の仕方は $\boxed{\text{ヲ}}$ 通りある。
- (4) 最後に P が A に到達するという条件の下で、途中で C を通らない条件付き確率は $\frac{\boxed{\text{ン}}}{\boxed{\text{あい}}}$ である。

余 白

余 白

解答上の注意

1. 問題の文中 $\boxed{*アイウ}$ などの*にはプラス、マイナスの符号が1つ対応し、ア、イ、あ、い、…などの文字にはそれぞれ0～9の数字が1つずつ対応する。

例1 $\boxed{*アイウ}$ に235と答えるときは、+235としてマークしなさい。

ア	<input checked="" type="radio"/> ⊕ <input type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> 1	<input checked="" type="radio"/> 2	<input type="radio"/> 3	<input type="radio"/> 4	<input type="radio"/> 5	<input type="radio"/> 6	<input type="radio"/> 7	<input type="radio"/> 8	<input type="radio"/> 9
イ		<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> 1	<input type="radio"/> 2	<input checked="" type="radio"/> 3	<input type="radio"/> 4	<input type="radio"/> 5	<input type="radio"/> 6	<input type="radio"/> 7	<input type="radio"/> 8	<input type="radio"/> 9
ウ		<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> 1	<input type="radio"/> 2	<input type="radio"/> 3	<input type="radio"/> 4	<input checked="" type="radio"/> 5	<input type="radio"/> 6	<input type="radio"/> 7	<input type="radio"/> 8	<input type="radio"/> 9

2. 答が0のときは、以下の例に従ってマークしなさい。

問題文中に $\boxed{*エ}$ と $\boxed{エ}$ の2通りの場合がある。

例2.1 $\boxed{*エ}$ に0と答えるときは、+0としてマークしなさい。

エ	<input checked="" type="radio"/> ⊕ <input type="radio"/> ⊖	<input checked="" type="radio"/> 0	<input type="radio"/> 1	<input type="radio"/> 2	<input type="radio"/> 3	<input type="radio"/> 4	<input type="radio"/> 5	<input type="radio"/> 6	<input type="radio"/> 7	<input type="radio"/> 8	<input type="radio"/> 9
---	--	------------------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------

例2.2 $\boxed{エ}$ に0と答えるときは、0のみにマークしなさい。

エ		<input checked="" type="radio"/> 0	<input type="radio"/> 1	<input type="radio"/> 2	<input type="radio"/> 3	<input type="radio"/> 4	<input type="radio"/> 5	<input type="radio"/> 6	<input type="radio"/> 7	<input type="radio"/> 8	<input type="radio"/> 9
---	--	------------------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------

3. 分数形で解答するときは、既約分数(それ以上約分ができない分数)で答えなさい。整数を答えるときは、分母に1をマークしなさい。

例3 $\boxed{*オ}$ に-5と答えるときは、 $\frac{-5}{1}$ であるから、以下のようにマークしなさい。

オ	<input checked="" type="radio"/> ⊕ <input checked="" type="radio"/> ⊖	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> 1	<input type="radio"/> 2	<input type="radio"/> 3	<input type="radio"/> 4	<input checked="" type="radio"/> 5	<input type="radio"/> 6	<input type="radio"/> 7	<input type="radio"/> 8	<input type="radio"/> 9
カ		<input type="radio"/> 0	<input checked="" type="radio"/> 1	<input type="radio"/> 2	<input type="radio"/> 3	<input type="radio"/> 4	<input type="radio"/> 5	<input type="radio"/> 6	<input type="radio"/> 7	<input type="radio"/> 8	<input type="radio"/> 9

4. 根号を含む形で解答するときは、根号の中の自然数が最小となる形で答えなさい。たとえば、 $\boxed{キ}\sqrt{\boxed{ク}}$ 、 $\sqrt{\frac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}}$ に $4\sqrt{2}$ 、 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ 、 $\frac{\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはならない。