

数 学 問 題

(試験時間 11 : 30～12 : 30)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはならない。
2. この問題冊子は 12 ページある。
3. 試験中に問題冊子のページの脱落等に気付いた場合は、手をあげて監督者に知らせること。
4. 解答用紙に受験番号を記入し、マーク欄にマークすること。また、氏名とふりがなを記入すること。
5. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、汚したりしないこと。
6. 解答用紙への記入には必ず HB の黒鉛筆またはシャープペンシル (HB, 0.5 mm 芯以上) を用いること。他の筆記用具を用いると、正確に読み取れない場合がある。
7. マーク式の解答にあたっては、解答用紙の該当する箇所を右に示す例に従ってぬりつぶすこと。例えば 2 にマークするときは、①●③ とする。
8. 一度記入したマークを消す場合には、消しゴムできれいに消すこと。×をつけても消したことはない。また消しゴムのくずを完全に取除いておくこと。
9. 解答がマーク式でないものについては、指定の箇所に解答を記入すること。
10. 解答用紙の指定された場所以外には何も書いてはならない。
11. 選択問題④と⑤はどちらか一方を選択してマーク欄にマークし、選択した方の問題を解答すること (マーク欄にマークがない場合は採点されない)。
12. 計算には問題冊子の余白を使用すること。
13. 辞書機能、計算機能をもつものを使用してはならない。
14. 携帯電話の電源は切っておくこと。身につけたり机の上に置いたりしてはならない。
15. この問題冊子は試験終了後持ち帰ること。

例

良	不良
●	● × ●

解答上の注意

解答上の注意は裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、指示があるまで問題冊子を開いてはならない。

1 以下の空欄ア～コに入る数字をそれぞれ解答欄にマークしなさい.

問 1. 方程式 $\log_8 x + \log_4 \sqrt[3]{x^4} = 4$ の解は, $x = \text{アイ}$ である.

問 2. 自然数 n に対して,

$$a_n = \sum_{k=1}^n k = 1 + 2 + \cdots + n, \quad S_n = \sum_{k=1}^n a_k = 1 + (1 + 2) + \cdots + (1 + 2 + \cdots + n)$$

とする. このとき

$$a_n = \frac{n^2 + \text{ウ}n}{\text{エ}}, \quad S_n = \frac{n^3 + \text{オ}n^2 + \text{カ}n}{\text{キ}}$$

が成り立つ.

問 3. 母平均 64, 母標準偏差 16 の母集団から, 大きさ 4 の標本を復元抽出し, その標本平均を $\bar{X}$ とする. このとき, $\bar{X}$ の平均は クケ で, 標準偏差は コ である.

- 2 太郎君と花子さんはある塔で有名な観光名所を訪れ、太郎君は地点 A から、花子さんは地点 B からその塔を眺めたところ、A からは真南の方角に、B からは真東の方角に見えた。塔は地面に対して垂直に建っており、地面から先端までの高さは 300 メートルである。2 人の目の高さや、塔の真下と地点 A, B との標高差は無視してよい。以下の空欄ア～スに入る数字をそれぞれ解答欄にマークしなさい。

問 1. 地点 A から塔の真下までの直線距離を調べてみると、ちょうど塔の高さと同じであった。地点 A から塔の先端を見上げたときの仰角はアイ°である。

問 2. 地点 B から塔の先端を見上げたときの仰角は15°であった。 $\tan 15^\circ = \text{ウ} - \sqrt{\text{エ}}$ より、地点 B から塔の真下までの直線距離は、オカキ + クケコ $\sqrt{\text{サ}}$ メートルである。

問 3. 地点 A から B までの直線距離は、 $600\sqrt{\text{シ} + \sqrt{\text{ス}}}$ メートルである。

3 $f(x) = x^3 - 4x$, $g(x) = x^2 + 2x$ とする. 以下の空欄ア～セに入る数字をそれぞれ解答欄にマークし, 問 1 については解答用紙裏面の解答欄 A に記入しなさい.

問 1. $y = f(x)$ のグラフを図示しなさい (極値をとる点の座標や, 座標軸との交点の座標も示すこと).

問 2. $y = g(x)$ のグラフの頂点は $(-\text{ア}, -\text{イ})$ である. また $y = f(x)$ と $y = g(x)$ のグラフは, 3 点 $(-\text{ウ}, \text{エ}), (\text{オ}, \text{カ}), (\text{キ}, \text{クケ})$ を共有する.

問 3. $y = f(x)$ と $y = g(x)$ のグラフで囲まれた図形の面積の合計は $\frac{\text{ロサシ}}{\text{スセ}}$ である.

選択問題 ($\boxed{4}$ か $\boxed{5}$ の, いずれか 1 問を選んで解答しなさい. 解答用紙に選んだ問

題の番号をマークしなさい.)

$\boxed{4}$ 以下の空欄 $\boxed{ア}$ ~ $\boxed{セ}$ に入る数字をそれぞれ解答欄にマークしなさい.

問 1. ある大学のある学部には 1 学年 220 人の学生が在籍しており, このうち 153 人が奨学金を受けている. またサークルに所属している学生は 175 人, アルバイトをしている学生は 146 人いる.

この学年で奨学金を受けていない学生 $\boxed{アイ}$ 人のうち, サークルに所属していない学生は少なくとも $\boxed{ウエ}$ 人いると考えられる. また奨学金を受けている学生のうち, サークルに所属しておらず, かつアルバイトもしていない学生は最大 $\boxed{オカ}$ 人いると考えられる.

問 2. 1 個のさいころを繰り返し投げ, 出た目を順に掛けてそれらの積を作る.

いま n 回さいころを投げたとき初めて積が 12 になる確率を p_n とすると,

$$p_1 = \boxed{キ}, \quad p_2 = \frac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}, \quad p_n = \frac{(n - \boxed{コ})(\boxed{サ}n + \boxed{シ})}{\boxed{ス} \cdot \boxed{セ}^n} \text{である.}$$

- 5 以下の空欄ア～クおよびサに入る数字をそれぞれ解答欄にマークし、空欄ケ～コおよびシ～ソに入る選択肢の番号を解答欄にマークしなさい。

問 1. $\triangle ABC$ において、辺 AB を $1:2$ に内分する点を M 、辺 AC を $1:1$ に内分する点を N とする。線分 BN と線分 CM の交点を O とすると、

$$\frac{MO}{OC} = \frac{\text{ア}}{\text{イ}}, \quad \frac{NO}{OB} = \frac{\text{ウ}}{\text{エ}} \text{ より, } \overrightarrow{AO} = \frac{\text{オ}}{\text{カ}} \overrightarrow{AB} + \frac{\text{キ}}{\text{ク}} \overrightarrow{AC} \text{ が成り立つ.}$$

問 2. $\sin u - \sin v = 2 \cos \frac{u+v}{2} \sin \frac{u-v}{2}$ より, $\sin(x+h) - \sin x = 2 \cos \left(\frac{\text{ケ}}{\text{ }} \right) \sin \frac{h}{2}$ が成り立つ。

したがって $f(x) = \sin x$ のとき、

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2 \cos \left(\frac{\text{ケ}}{\text{ }} \right) \sin \frac{h}{2}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos \left(\frac{\text{ケ}}{\text{ }} \right) \sin \frac{h}{2}}{\frac{\text{コ}}{\text{ }}} \frac{h}{2}$$

ここで $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{h}{2}}{\frac{\text{コ}}{\text{ }}} = \frac{\text{サ}}{\text{ }} \text{ より, } f'(x) = \frac{\text{シ}}{\text{ }} \text{ が成り立つ.}$

ケ～コを選択肢：① $2x$ ② $2h$ ③ $\frac{x}{2}$ ④ $\frac{h}{2}$ ⑤ $2x+h$

⑥ $2x-h$ ⑦ $x+\frac{h}{2}$ ⑧ $x-\frac{h}{2}$

シを選択肢：① $\cos x$ ② $\sin x$ ③ $-\cos x$ ④ $-\sin x$

⑤ $\cos x + \sin x$ ⑥ $\cos x - \sin x$ ⑦ $\sin x - \cos x$

問 3. $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$, $g(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ のとき, $f'(x) = \frac{\text{ス}}{\text{ }}$, $g'(x) = \frac{\text{セ}}{\text{ }}$,

$\{f(x)\}^2 - \{g(x)\}^2 = \frac{\text{ソ}}{\text{ }}$ が成り立つ。ただし e は自然対数の底である。

ス～ソを選択肢：① 0 ② 1 ③ -1 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

⑥ $f(x)$ ⑦ $g(x)$ ⑧ $-f(x)$ ⑨ $-g(x)$

解答上の注意

1. 分数形で解答するときは、既約分数（それ以上約分ができない分数）で答えなさい。

たとえば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはならない。

2. 根号を含む形で解答するときは、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えな

さい。たとえば、 $\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$ 、 $\frac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$ に $4\sqrt{2}$ 、 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ 、 $\frac{\sqrt{8}}{4}$ のよ

うに答えてはならない。

3. たとえば、 $-\boxed{\text{オ}}x^2+\boxed{\text{カ}}$ に $-x^2+3$ と答えるときは、 $\boxed{\text{オ}}$ に1を $\boxed{\text{カ}}$ に3をマークし

なさい。また $x^{\boxed{\text{キ}}}-\boxed{\text{ク}}$ に $x-3$ と答えるときは、 $\boxed{\text{キ}}$ に1を $\boxed{\text{ク}}$ に3をマークしなさい。

い。また $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\pi$ に $\frac{\pi}{3}$ と答えるときは、 $\boxed{\text{ケ}}$ に1を $\boxed{\text{コ}}$ に3をマークしなさい。