

数 学 問 題

(この問題は5題からなっている)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはならない。
2. 試験中に問題冊子のページの脱落等に気づいた場合は、手をあげて監督者に知らせなさい。
3. 解答用紙の記入には、必ず**HBの黒鉛筆**または**シャープペンシル(HB, 0.5 mm 芯以上)**を用いること。
4. 解答用紙を折り曲げたり、破いたり、汚したりしないこと。
5. 合図があったら**解答用紙に受験番号**を記入し、マーク欄に**マーク**すること。また、**氏名とふりがな**を記入すること。
6. 解答用紙の該当する箇所を**マーク例**に従ってぬりつぶしなさい。一度記入したマークを消す場合は、消しゴムできれいに消しなさい。
×をつけても消したことにはならない。
7. 解答用紙の指定された場所以外には何も書いてはならない。
8. 計算や下書きは、問題冊子の余白を利用しなさい。
9. 計算機を使用してはならない。また、**携帯電話やスマートフォンなどの通信機器は必ず電源を切り、鞆の中にしまいなさい。**
10. 不正行為には厳正に対処する。不正行為を行った場合は、その時点で受験を停止とする。
11. 試験終了後、この問題冊子を持ち帰りなさい。

マーク例

良	不良
	

解答上の注意

解答上の注意を裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して読みなさい。
ただし、指示があるまで問題冊子を開いてはならない。

問題 1

- (1) 長方形の紙 ABCD があり, $AB = 1$, $BC = \frac{5}{4}$ とする。辺 AD 上に $AE = \frac{1}{2}$

となるように点 E をとる。辺 AB 上の点を F とし, 線分 CF を折り目として頂点 B が

E に一致するようにこの紙を折るとき, $\cos \angle AEF = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

- (2) a が 2 次方程式 $x^2 - x + 3 = 0$ の解であるとき, a^2 を解とする整数係数の 2 次方程式で, x^2 の係数が 1 のものは $x^2 + \boxed{\text{ウ}}x + \boxed{\text{エ}} = 0$ である。

- (3) p, q を実数とする。実数の変数 x に関する方程式

$$x^2 + (px + q)^2 = 1$$

が重解をもち,

$$(x - 2)^2 + (px + q - 1)^2 = 1$$

も重解をもつという (ふたつの重解が一致している必要はない)。

以上の条件を満たす (p, q) の組は

$$(p, q) = \left(\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}, \pm \sqrt{\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}} \right) \quad \text{および} \quad \left(-\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}, \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \right)$$

である。

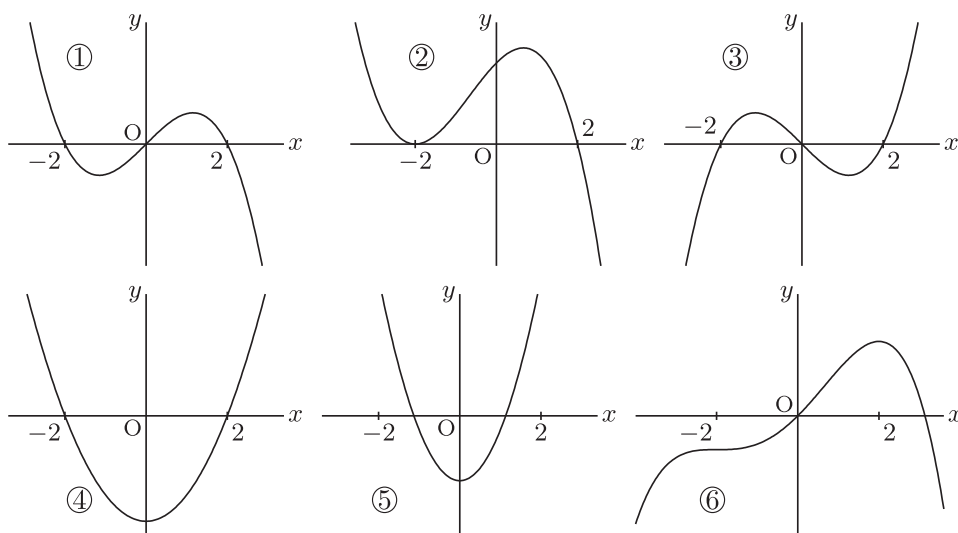
- (4)

$$\cos^2 1^\circ + \cos^2 2^\circ + \cos^2 3^\circ + \cdots + \cos^2 89^\circ + \cos^2 90^\circ = \frac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。

問題 2

- (1) 以下の①～⑥のグラフのうち、4つは多項式 $f_i(x)$ ($i = 1, 2, 3, 4$) に対し、 $y = f_i(x)$ のグラフを描いたものである。これら4つには $f'_1(x) = f_2(x)$ および $f'_3(x) = f_4(x)$ という関係がある（等号は関数として等しいという意味である）。ここで $f'_1(x)$, $f'_3(x)$ はそれぞれ $f_1(x)$, $f_3(x)$ の導関数を表す。 $f_1(x) \sim f_4(x)$ に当てはまらないグラフは **タ** および **チ** である。①～⑥の番号をマークせよ。解答の順序は問わない。



- (2) 次の①～④の数を大きい順に並べよ。たとえば、①が最大で、②、③、④の順に小さくなるなら、解答欄 **ツテトナ** に **1234** のようにマークせよ。！は階乗記号である。

① $\frac{\sqrt{6}!}{4!}$ ② $\log_{10} \pi^2$ ③ $\frac{\log_4 65}{\log_5 24}$ ④ $\frac{3}{2}$

問題 3

平面上に $\triangle ABC$ があり，その内部に点 P がある。 $\triangle PBC$, $\triangle PCA$, $\triangle PAB$ の面積比が，この順に $2 : 3 : 4$ であるという。

以下の問に答えよ。

- (1) 直線 AP と辺 BC との交点を Q とするとき， BQ と CQ の比を最も簡単な整数比で表すと， $BQ : CQ = \boxed{二} : \boxed{ヌ}$ である。

- (2) $\overrightarrow{AQ} = \frac{\boxed{ネ}\overrightarrow{AB} + \boxed{ノ}\overrightarrow{AC}}{\boxed{ハ}}$ である。

- (3) $AP : PQ = \boxed{ヒ} : \boxed{フ}$ である。

問題 4

n を 2 以上の自然数とする。 n 個の袋があり、第 k 番目の袋には赤玉が k 個と白玉が $(n - k)$ 個入っている。袋をひとつ無作為に選び、その袋から玉を無作為に取り出す。以下の問に答えよ。

- (1) 選んだ袋から玉をひとつだけ取り出すとき、取り出した玉が赤玉である確率は

$$\frac{n + \boxed{\text{ム}}}{\boxed{\text{メ}} n} \text{ である。}$$

(2) $\sum_{k=1}^{n-1} k(n - k) = \frac{n \boxed{\text{モ}} - n}{\boxed{\text{ヤ}}}$ である。

- (3) 選んだ袋から玉をふたつ同時に取り出すことにした場合、取り出した玉が赤白ひとつずつである確率は

$$\frac{n + \boxed{\text{ユ}}}{\boxed{\text{ヨ}} n} \text{ である。}$$

- (4) 選んだ袋から玉をひとつ取り出して色を確認してから戻し、再び同じ袋から玉を

ひとつ取り出すとき、取り出した玉が赤白ひとつずつである確率は $\frac{n^2 - \boxed{\text{ラ}}}{\boxed{\text{リ}} n \boxed{\text{ル}}}$ である。

問題 5

a を $0 < a < 1$ を満たす定数とし、 $0 \leq x \leq 1$ において関数 $f(x) = |x^2 - (a+1)x + a|$ を考える。以下の問に答えよ。

$$(1) \quad f\left(\frac{a+1}{2}\right) = \frac{(a - \boxed{\text{レ}})^2}{\boxed{\text{ロ}}} \text{ である。}$$

(2) $0 \leq x \leq 1$ における $f(x)$ の最大値 $M(a)$ を求めると、

$$0 < a \leq \boxed{\text{ワ}} - \boxed{\text{ヲ}}\sqrt{\boxed{\text{ン}}} \text{ のとき } M(a) = \frac{(a - \boxed{\text{レ}})^2}{\boxed{\text{ロ}}},$$

$$\boxed{\text{ワ}} - \boxed{\text{ヲ}}\sqrt{\boxed{\text{ン}}} < a < 1 \text{ のとき } M(a) = a$$

となる。

$$(3) \quad \int_0^a f(x) dx = \int_a^1 f(x) dx \text{ となるのは, } a = \frac{\boxed{\text{あ}}}{\boxed{\text{い}}} \text{ のときである。}$$

$$(4) \quad F(a) = \int_0^1 f(x) dx \text{ とおくと, } F(a) = \frac{-\boxed{\text{う}}a^3 + \boxed{\text{え}}a^2 - \boxed{\text{お}}a + \boxed{\text{か}}}{\boxed{\text{き}}}$$

$$\text{であり, } F(a) \text{ を最小にする } a \text{ の値は, } a = \frac{\boxed{\text{く}} - \sqrt{\boxed{\text{け}}}}{\boxed{\text{こ}}} \text{ である。}$$

解答上の注意

- 問題の文中 $\boxed{*アイウ}$ などの $*$ にはプラス、マイナスの符号が1つ対応し、ア、イ、あ、い、…などの文字にはそれぞれ0～9の数字が1つずつ対応する。

例1 $\boxed{*アイウ}$ に235と答えるときは、+235としてマークしなさい。

ア	☒ ⊕ ☐ ⊖	☐ ①	☐ ②	☒ ③	☐ ④	☐ ⑤	☐ ⑥	☐ ⑦	☐ ⑧	☐ ⑨
イ		☐ ①	☐ ②	☒ ③	☐ ④	☐ ⑤	☐ ⑥	☐ ⑦	☐ ⑧	☐ ⑨
ウ		☐ ①	☐ ②	☐ ③	☐ ④	☒ ⑤	☐ ⑥	☐ ⑦	☐ ⑧	☐ ⑨

- 答が0のときは、以下の例に従ってマークしなさい。

問題文中に $\boxed{*エ}$ と $\boxed{エ}$ の2通りの場合がある。

例2.1 $\boxed{*エ}$ に0と答えるときは、+0としてマークしなさい。

エ	☒ ⊕ ☐ ⊖	☒ ①	☐ ②	☐ ③	☐ ④	☐ ⑤	☐ ⑥	☐ ⑦	☐ ⑧	☐ ⑨
---	--	------------------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------

例2.2 $\boxed{エ}$ に0と答えるときは、0のみにマークしなさい。

エ		☒ ①	☐ ②	☐ ③	☐ ④	☐ ⑤	☐ ⑥	☐ ⑦	☐ ⑧	☐ ⑨
---	--	------------------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------

- 分数形で解答するときは、既約分数(それ以上約分ができない分数)で答えなさい。整数を答えるときは、分母に1をマークしなさい。

例3 $\frac{\boxed{*オ}}{\boxed{カ}}$ に-5と答えるときは、 $\frac{-5}{1}$ であるから、以下のようにマークしなさい。

オ	☒ ⊕ ☒ ⊖	☐ ①	☐ ②	☐ ③	☐ ④	☒ ⑤	☐ ⑥	☐ ⑦	☐ ⑧	☐ ⑨
カ		☐ ①	☒ ②	☐ ③	☐ ④	☐ ⑤	☐ ⑥	☐ ⑦	☐ ⑧	☐ ⑨

- 根号を含む形で解答するときは、根号の中の自然数が最小となる形で答えなさい。たとえば、 $\boxed{キ}\sqrt{\boxed{ク}}$, $\frac{\sqrt{\boxed{ケ}}}{\boxed{コ}}$ に $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはならない。